Kapitel 02 - Physikalische Grössen und Einheiten

Autor: Norbert Marxer

Version: Version 1 (16.02.2025)

Einleitung

Im Kapitel “Physikalische Grössen und Einheiten” legen wir die Grundlagen für die weiteren Kapitel. Mit Hilfe von physikalische Grössen und Einheiten können wir Beziehungen durch Gleichungen bzw. Formeln kurz und prägnant formulieren.

Was ist überhaupt eine physikalische Grösse? Eine häufige Antwort lautet ...

- Eine physikalische Grösse besteht aus einem Zahlenwert und einer Einheit.

Im Abschnitt “**Physikalische Grössen**” werden wir sehen, dass diese Formulierung nur für sogenannte skalare physikalische Grössen gilt. Neben diesen physikalischen Grössen gibt es aber auch noch reine Zahlenwerte, vektorielle physikalische Grössen (die zusätzlich noch eine Richtung haben), Matrizen (analog Tabellen) oder noch kompliziertere Gebilde (Tensoren).

Im Abschnitt “**SI-Einheitensystem**” gehen wir auf das heute weltweit am meisten verwendete Einheiten-System SI ein. Dieses System beruht auf sieben Basisgrössen (Länge, Zeit, Masse, Temperatur, Elektrische Stromstärke, Stoffmenge, Lichtstärke) und den entsprechenden sieben Basiseinheiten (Meter, Sekunde, Kilogramm, Ampère, Mol, Candela), die seit 2019 (ohne Artefakte wie das Urkilogramm) nur noch von physikalischen Konstanten (z.B. Lichtgeschwindigkeit, Boltzmann Konstante) abgeleitet werden. Wir besprechen die Organe dieser Instiution, die sieben Basisgrössen und sieben Basiseinheiten und auch die weltweite Verbreitung bzw. welche Länder diesen Vertrag nur mangelhaft umgesetzt haben.

In der Mechanik werden v.a. die Basiseinheiten Meter, Kilogramm, Sekunde sowie die Winkeleinheiten Grad und Rad eine wichtige Rolle spielen. In den Abschnitten ...

- **Basisgrösse Länge (Meter)**
- **Fläche (Quadratmeter) und Volumen (Kubikmeter)**
- **Basisgrösse Zeit (Sekunde)**
- **Basisgrösse Masse (Kilogramm)**

werden wir genauer auf diese Grössen und Einheiten eingehen: ihre Definition gemäss SI, gebräuchliche alternative (SI-fremde) Einheiten sowie Beispiele für diese Grössen von ganz klein bis ganz gross.

Die anderen Basisgrössen und Basiseinheiten werden dann bei der Behandlung der relevanten Gebiete besprochen (Kelvin und Mol in der Wärmelehre, Ampère in der Elektrizitätslehre, Candela in der Optik).

Im anschliessenden Abschnitt “**Weitere mechanische Grössen**” diskutieren wir weitere gebräuchliche (abgeleitete und SI-fremde) physikalische Grössen der Mechanik.

Im Abschnitt “**Ebener Winkel und Raumwinkel**” gehen wir dann stärker auf die Einheiten für Winkel in der Ebene (rad, Grad) und im Raum (Steradiant) ein.

Gleichungen und Formeln stellen Beziehungen zwischen physikalischen Grössen dar. Darauf gehen wir im Abschnitt “**Gleichungen in der Physik**” ein. Wir besprechen die unterschiedlichen Darstellungsmöglichkeiten wie ...

- Grössengleichungen
- Zugeschnittene Grössengleichungen
- Zahlenwertgleichungen

Ausserdem diskutieren wir, wie die physikalischen Grössen bei Tabellenköpfen und Koordinatenachsen angegeben werden sollten. Physikerinnen und Physiker verwenden häufig spezielle Notationen, um die Gleichungen übersichtlicher zu formulieren. Wir geben einige Beispiele.

Messungen und Beobachtungen sind wichtige Bestandteile in den Wissenschaften. Sie sind jedoch nie genau, sondern immer mit Messfehlern behaftet. Dazu steht Einiges im Abschnitt “**Messen / Statistik / Fehlerrechnung**” ...

- die verschiedenen Arten von Messfehlern: systematisch und statistisch,
- wie Messwerte (Mittelwert) und Messfehler (Standardabweichung) berechnet und dargestellt werden (sollten),
- wie sich Messungenauigkeiten bei der Berechnung des Ergebnisses fortpflanzen und
- wie die Ergebnisse und die Ungenauigkeiten dargestellt werden (sollten).

Dieses Skript enthält auch drei **Anhänge**.

Der **Anhang A** “**Einheiten und Einheitensysteme**” beschreibt die historische Entwicklung der Einheiten und der verschiedenen Einheitensysteme: MKS, Gauss, Planck, SI ...

Im **Anhang B “Quellen”** sind die für das Kapitel “Physikalische Grössen und Einheiten” relevanten Quellen angegeben. Viele Quellenangaben stehen jedoch mittels Links direkt im Text. Ausserdem enthält dieser Anhang die Seitenangaben, auf denen im “Taschenbuch der Physik” von Horst Kuchling, in der Physik Merkhilfe und in der Mathematik Merkhilfe Relevantes zu Grössen und Einheiten gefunden werden kann.

Der **Anhang C** “**Mathematica und phyphox**” gibt einige Angaben zu zwei Apps, die später in diesem Kurs eingesetzt werden ...

- Mathematica für Berechnungen und Animationen
- phyphox für Experimente

Inhaltsangabe

Physikalische Grössen und Einheiten

Einleitung

In diesem Kapitel werden wir uns ausführlich mit physikalischen Grössen (engl. physical quantity) beschäftigen.

Einige physikalische Grössen kennen wir aus dem täglichen Leben wie ...

Zeit, Länge, Volumen, Temperatur ...

Es gibt aber auch viele weitere physikalische Grössen, die wir kaum antreffen (geschweige denn wissen, was sie bedeuten) wie ...

Wirkung, Entropie, spezifische Wärmekapazität ...

Was ist eine physikalische Grösse?

Physikalische Grössen sind messbare Eigenschaften von physikalischen ...

-	Teilchen/Körpern	wie Geschwindigkeit, Volumen, Temperatur ...
-	Systemen	wie Energie, Entropie ...
-	Vorgängen/Prozessen	wie Arbeit, Wärmezufuhr ...

In der Physik kennen wir verschiedene Arten von physikalischen Grössen ...

-	Reine Zahlenwerte	wie Anzahl Teilchen, π, e ...
-	Skalare physikalische Grössen	wie Zeit, Druck ...
-	Vektorielle physikalische Grössen	wie Geschwindigkeit, Kraft ...
-	Tensoren	wie metrischer Tensor ...

die im Folgenden etwas genauer beschrieben werden.

Zahlen

Man kann sich fragen: Kann auch eine reine Zahl eine physikalische Grösse sein? Zwei Gründe sprechen dafür ...

- Es gibt physikalische Grössen, die keine Einheit haben ...
  - Die **Anzahl der Teilchen** in einem Behälter ist in der Wärmelehre eine natürliche Zahl.
  - Der Winkel φ in **Radiant** ist das Verhältnis von zwei Längen, also eine reine Zahl:
    φ = Kreisbogenlänge / Kreisradius rad 1 rad = 1
    Die “Einheit” rad ist nur ein Platzhalter, der ausdrücken soll, dass es sich bei der Grösse φ um einen Winkel handelt.
  - Der Schallpegel L_J in **Dezibel** ist in der Akustik proportional zum Logarithmus zweier Schallintensitäten:
    $L_J = 10 \log_{10}\left[\frac{J}{J_0}\right]$ dB. 1 dB = 1
    Die “Einheit” dB ist nur ein Platzhalter, der ausdrücken soll, dass es sich um eine logarithmierte Grösse handelt.

- Die Konstante Pi bzw. π ist definiert als das Verhältnis von Umfang und Durchmesser eines Kreises. Je nachdem, ob der Raum gekrümmt ist oder nicht, hat dieses Verhältnis einen anderen Wert.
  - Im Euklidischen flachen Raum gilt für einen Kreis mit Radius r für das Verhältnis $\frac{U}{d}$ ...
    - $\frac{U}{d} = \frac{2\pi r}{2r} = \pi = 3.14159\ldots$
  - Im gekrümmten Raum auf der Kugeloberfläche gilt beispielsweise für das Verhältnis $\frac{U}{d}$ für ...
    - Kugel — Radius $= R$
    - Kreis — Mittelpunkt = Nordpol, Umfang = Äquator
    - $\frac{U}{d} = \frac{2\pi R}{2\pi R/2} = 2$

Interessante Fragen sind in diesem Zusammenhang ...

- Kommen irrationale Zahlen (wie π oder e) in der Natur überhaupt vor?
- Oder basiert alles auf ganzen Zahlen und Brüchen (wie Pythagoras glaubte)?
- Sind alle physikalischen Grössen quantisiert?
- Auch die Zeit? Oder läuft die Zeit kontinuierlich ab?

Skalare physikalische Grössen

Skalare physikalische Grössen haben einen Zahlenwert und eine Einheit.

Beispiele sind ...

Zeit	$t = 5\,\mathrm{s}$
Druck	$p = 100\,000\,\mathrm{Pa}$

Vektorielle physikalische Grössen

Vektorielle physikalische Grössen haben einen Zahlenwert, eine Einheit und eine Richtung.

Die Vektoren werden üblicherweise mit einem Pfeil über dem Formelzeichen geschrieben (z.B. Geschwindigkeit $\vec{v}$). Im **kartesischen Koordinatensystem** (Link), bei dem die Koordinatenachsen senkrecht aufeinander stehen, kann der Vektor folgendermassen dargestellt werden ...

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = v * \vec{v_0}$$

Dabei bedeutet:

- v_x, v_y und v_z sind die **Komponenten** des Vektors in die x-, y- und z-Richtung.
- v ist der **Betrag** bzw. die Länge des Vektors. Er gibt die Grösse der Geschwindigkeit an und berechnet sich gemäss $v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2}$ (Satz des Pythagoras).
- $\vec{v_0}$ ist der Richtungsvektor (er gibt nur die Richtung an und hat die Länge 1).
- Im Englischen gibt es separate Ausdrücke: v nennt man speed, $\vec{v}$ nennt man velocity.

Weitere Beispiele für vektorielle physikalische Grösse sind ...

- die Beschleunigung $\vec{a}$
- die Kraft $\vec{F}$
- die Elektrische Feldstärke $\vec{E}$

Mit Vektoren kann auch gerechnet werden. Die wichtigsten mathematischen Operationen sind ...

- Berechnung der Länge (wie oben mit Hilfe des Satz des Pythagoras)
- Addition und Subtraktion von Vektoren
- Multiplikation mit einer Zahl (d.h. Strecken / Stauchen / Richtung umkehren)
- Skalarprodukt
- Vektorprodukt

Diese mathematischen Operationen werden wir später (v.a. in der Statik) brauchen und sie werden dann ausführlicher behandelt werden.

Die obigen Grössen sind 3-dimensionale Grössen. In der Speziellen und Allgemeinen Relativitätstheorie (SRT und ART) kommen auch 4-dimensionale Vektoren vor. Die 3-dim und 4-dim Vektoren werden in der ART üblicherweise folgendermassen dargestellt ...

- 3-dim Vektor x^i lateinisches i
- 4-dim Vektor x^μ griechisches μ

Man kann auch mehrdimensionale Vektoren haben. Beispielsweise kann man für ein Teilchen die Ortskoordinaten und die Geschwindigkeitskomponenten in einem 6-dimensionalen Vektor zusammenfassen ...

$\{x, y, z, v_x\, v_y, v_z\}$

Tensoren

Tensoren sind physikalische Grössen, die u.a. in der ART verwendet werden und bestimmte Transformationseigenschaften erfüllen.

Die 2-dimensionalen Tensoren (2 Indizes) lassen sich in Tabellenform darstellen. Die einzelnen Elemente der Tabelle sind skalare physikalische Grössen mit Zahlenwert und Einheit.

Beispiel:

metrischer Tensor: $$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$$

Es gibt auch höherdimensionale Tensoren mit mehr als zwei Indizes.

Vorteil einheitlicher Einheiten

Im Laufe der Geschichte gab es immer wieder Bestrebungen, die Einheiten der physikalischen Grössen zu vereinheitlichen. Ein kurzer Abriss dieser Entwicklung ist im Anhang gegeben (Link).

Es gibt mehrere Gründe, einheitliche Einheiten zu verwenden. Einige sind ...

- Um Handel zu treiben und Preise zu vergleichen, ist es viel einfacher, wenn die gleichen Einheiten für Längen oder Masse (“Gewicht”) verwendet werden.
- Bei der Fertigung von Bauteilen ist es vorteilhaft, wenn die gleichen Einheiten verwendet werden.
- Das Messen ist eine der wichtigsten Aufgaben in der Physik und Technik. Die Messergebnisse bzw. die gemessenen physikalischen Grössen können in verschiedenen Einheiten dargestellt werden. Damit die Ergebnisse einfach miteinander verglichen werden können, ist es vorteilhaft, dass die gleichen Einheiten verwendet werden oder zumindest die Einheiten eindeutig ineinander umgerechnet werden können.

Umrechnen zwischen Einheiten mit der Methode "Multiplikation mit 1"

Wir wissen, dass viele physikalischen Grössen in verschiedenen Einheiten ausgedrückt werden können. Um zwischen diesen umzurechnen kann die einfache "Multiplikation mit 1" Methode (engl. factor-label method, Link) angewendet werden.

Vorgehen bei der "Multiplikation mit 1"

Wir zeigen das Prinzip des Vorgehens mit dem Beispiel Geschwindigkeit und der Umrechnung zwischen m/s und km/h ...

$$1\,\text{km/h} = 1\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000\,\text{m}}{60*60\,\text{s}} = \frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = \frac{1}{3.6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{3.6}\,\text{m/s}$$

oder $\quad 1\,\text{m/s} = 3.6\,\text{km/h}$

oder $\quad 1 = \frac{\text{m/s}}{3.6\,\text{km/h}} = \frac{3.6\,\text{km/h}}{\text{m/s}}$

Wenn wir eine Grösse mit 1 multiplizieren, ändert sich nichts. Wir haben nun verschiedene 1-er für diese Multiplikation zur Verfügung.

Um von m/s auf km/h umzurechnen, können wir mit $1 = \frac{3.6\,\text{km/h}}{\text{m/s}}$ multiplizieren: z.B. für $v = 15\,\text{m/s}$ ...

$$15\,\text{m/s} * \frac{3.6\,\text{km/h}}{\text{m/s}} \overset{\text{m/s wird gekürzt}}{=} 15 * 3.6\,\text{km/h} = 54\,\text{km/h}$$

Um von km/h auf m/s umzurechnen, können wir mit $1 = \frac{\text{m/s}}{3.6\,\text{km/h}}$ multiplizieren: z.B. für $v = 60\,\text{km/h}$ ...

$$60\,\text{km/h} * \frac{\text{m/s}}{3.6\,\text{km/h}} \overset{\text{km/h wird gekürzt}}{=} \frac{60}{3.6}\,\text{m/s} = 16.667\,\text{m/s}$$

Beispiele für die "Multiplikation mit 1"

Winkel

Wir haben:	$360° = 2\pi\,\text{rad}$	bzw. $180° = \pi\,\text{rad}$
Wir haben die folgenden 1-er:	$1 = \frac{180°}{\pi\,\text{rad}} = \frac{\pi\,\text{rad}}{180°}$	
Von Grad in rad:	mal $\frac{\pi\,\text{rad}}{180°}$	$\mathbf{5° = 5° * \frac{\pi * rad}{180°} = 0.087266\,rad}$
Von rad in Grad:	mal $\frac{180°}{\pi\,\text{rad}}$	$0.3\,\text{rad} = 0.3\,\text{rad} * \frac{180°}{\pi * \text{rad}} = \frac{0.3*180°}{\pi} = 17.1887°$

Die Methode "Multiplikation mit 1" lohnt sich vor allem dann, wenn beim 1-er sowohl im Zähler als auch im Nenner ein Zahlenwert ungleich 1 steht (Beispiel: $1 = \frac{\pi * \text{rad}}{180°}$). Dann erübrigt sich ein Dreisatz.

Energie

Wir haben:	$1\,\text{kWh} = 1000\,\text{Wh} = 1000 * \text{W} * 3600\,s = 3.6 * 10^6\,\text{J} = 3.6\,\text{MJ}$	
Wir haben die folgenden 1-er:	$1 = \frac{\text{kWh}}{3.6*10^6\,\text{J}} = \frac{3.6*10^6\,\text{J}}{\text{kWh}}$	
Von kWh in Joule	mal $\frac{3.6*10^6\,\text{J}}{\text{kWh}}$ $\rightarrow$	$13\,\text{kWh} = 13\,\text{kWh} * \frac{3.6*10^6\,\text{J}}{\text{kWh}} = 4.68 \times 10^7\,\text{J}$
Von Joule in kWh	mal $\frac{\text{kWh}}{3.6*10^6\,\text{J}}$ $\rightarrow$	$17\,\text{J} = 17\,\text{J} * \frac{1\,\text{kWh}}{3.6*10^6\,\text{J}} = 4.72 \times 10^{-6}\,\text{kWh}$

Der Vorteil ist, dass man mit dieser Methode nicht überlegen muss, ob man mit dem Umrechnungsfaktor $3.6 * 10^6$ multiplizieren oder durch ihn dividieren muss.

Geld

Wir haben: $1\,\text{EUR} = 0.94\,\text{CHF}$

Wir haben die folgenden 1-er: $1 = \frac{\text{EUR}}{0.94\,\text{CHF}} = \frac{0.94\,\text{CHF}}{\text{EUR}}$

Von EUR in CHF mal $\frac{0.94\,\text{CHF}}{\text{EUR}}$ ...

Von CHF in EUR mal $\frac{\text{EUR}}{0.94\,\text{CHF}}$,,,

Weitere 1-er

Die folgenden 1-er sind auch in der Physik Merkhilfe aufgeführt ...

Länge $1 = \frac{2.54\,\text{cm}}{1\,\text{Zoll ('')}} = \frac{1609.344\,\text{m}}{1\,\text{mile}} = \frac{9.4605\times 10^{15}\,\text{m}}{1\,\text{Lichtjahr (ly)}} = \frac{1.49600\times 10^{11}\,\text{m}}{1\,\text{Astronomische Einheit (AE)}}$

Volumen $1 = \frac{10^{-3}\,\text{m}^3}{1\,\text{Liter (L)}} = \frac{3.785\,\text{Liter}}{1\,\text{US Gallone (gal)}} = \frac{4.546\,\text{Liter}}{1\,\text{UK Gallone}} = \frac{35.239\,\text{m}^3}{1\,\text{US bushel}}$

Zeit $1 = \frac{60\,\text{s}}{1\,\text{Minute}} = \frac{3600\,\text{s}}{1\,\text{Stunde}} = \frac{86\,400\,\text{s}}{1\,\text{Tag}}$

Geschwindigkeit $1 = \frac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3.6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{331\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1\,\text{Mach}} = \frac{0.5144\,\frac{\text{m}}{\text{s}}=1.852\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{1\,\text{Knoten}=1\,\text{sm/h}} = \frac{0.447\,\frac{\text{m}}{\text{s}}=1.609\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{1\,\text{mile per hour (mph)}}$

Masse $1 = \frac{10^{-3}\,\text{kg}}{1\,\text{Gramm (g)}} = \frac{10^{3}\,\text{kg}}{1\,\text{Tonne (t)}} = \frac{1.660539\times 10^{-27}\,\text{kg}}{1\,\text{atomare Masseneinheit (u)}} = \frac{0.453592\,\text{kg}}{1\,\text{pund (lb)}=16\,\text{oz}}$

Druck $1 = \frac{100\,000\,\text{Pa}}{1\,\text{bar}} = \frac{100\,\text{Pa}}{1\,\text{mbar}} = \frac{133.3224\,\text{Pa}}{1\,\text{Torr}=1\,\text{mmHg}} = \frac{9806.65\,\text{Pa}}{1\,\text{mWS}}$

Arbeit $1 = \frac{3.6*10^{6}\,\text{J}}{1\,\text{kWh}} = \frac{1.6021765*10^{-19}\,\text{J}}{1\,\text{eV}} = \frac{4186.8\,\text{J}}{1\,\text{kcal}}$ $\quad 1\,\text{J} = 1\,\text{N m} = 1\,\text{W s}$

Regenmenge $\text{Liter}/\text{m}^2 = \text{mm}$

Bei der Angabe von Regenmengen gibt es zwei gebräuchliche Einheiten: Liter pro Quadratmeter oder Höhe des Regenwassers (wenn es diese Fläche gleichmässig belegt).

Die beiden Angaben sind identisch, denn ...

$$1\,\frac{\text{Liter}}{\text{m}^2} = 1\,\frac{\text{dm}^3}{\text{m}^2} = 1\,\frac{(0.1\,\text{m})^3}{\text{m}^2} = 0.001\,\text{m} = 1\,\text{mm}$$

SI - Einheitensystem (Basisgrössen und Basiseinheiten)

Einleitung

Wir gehen nun näher auf das v.a. im wissenschaftlichen Bereich gegenwärtig wichtigste Einheitensystem ein, das sogenannte **SI-Einheitensystem** (von frz. Système international d'unités). Viele Zusatzinformationen können im Internet gefunden werden. Beispielsweise (BIPM, Wikipedia, Wikipedia, Wikipedia, NIST, NIST, USMA). Über die geschichtliche Entwicklung des SI und alternativer Einheitensysteme steht eine Übersicht im Anhang (Link).

Das **Internationale Einheitensystem** bzw. **SI-Einheitensystem** besteht seit 1960 und basiert auf dem metrischen System, das 1793 in Frankreich eingeführt wurde. Die letzte grössere Anpassung erfolgte im Jahre 2019 (siehe Link). Wesentliche Eigenschaften sind ...

- Das SI ist weltweit verbreitet. In den USA leider noch nicht vollständig (Link). Siehe mile, yard, inch, gallon, degree Fahrenheit ...
- Die Einheiten des SI werden SI-Einheiten genannt und sind seit 2019 über physikalische Konstanten definiert.
- Das SI verwendet 7 Basisgrössen: Zeit, Länge, Masse, elektrische Stromstärke, Temperatur, Stoffmenge, Lichtstärke.
- So wie es 7 Basisgrössen gibt, gibt es auch 7 Basiseinheiten: Sekunde, Meter, Kilogramm, Ampère, Kelvin, Mol, Candela.
- Das SI ist dezimal. Mittels Präfixen können grössere und kleinere Einheiten gebildet werden: $1\,\mathrm{nm} = 1\,\mathrm{Nanometer} = 1 * 10^{-9}\,\mathrm{m}$
- Alle SI-Einheiten mit einem speziellen Namen lassen sich als Potenzprodukte der SI-Basiseinheiten ohne Zahlenfaktor ausdrücken (z.B. $1\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{N}/\mathrm{m}^2$).

Früher war es notwendig, Artefakte (Stab für die Länge, Zylinder für die Masse) an die verschiedenen metrologischen Institute zu verteilen. Mit der Neudefinition im Jahre 2019 werden keine solchen Artefakte mehr verwendet.

Es wäre möglich, alle Basiseinheiten auf die Sekunde zurückzuführen (Link, Link, Link, Link). Es geht bei der Definition der Basiseinheiten aber auch darum, Einheiten zu definieren, die sinnvolle Grössenordnungen in der Praxis darstellen und in allen Ländern weltweit nachgeprüft werden können .

Meterkonvention und ihre Organe, Internationales Einheitensystem

Ich gehe in diesem Abschnitt ganz kurz auf die Struktur und Organisation ein, in die das SI eingebettet ist.

Die **Meter Konvention** (in der Schweiz Metervertrag genannt) ist ein am 20. Mai 1875 in Paris geschlossener **Vertrag**. Der Zweck des Vereins ist die Vervollkommnung und Ausbreitung des Metrischen Systems. Die 17 Unterzeichnerstaaten beschlossen im Jahre 1875 ...

- die Errichtung und Finanzierung einiger Institutionen und
- die Herstellung des Urmeters und des Urkilogramms.

Diese Organisationen sind ...

- CGPM — frz. **Conférence générale** des poids et mesures
  Generalkonferenz für Mass und Gewicht, bei der sich im Abstand von 4 - 6 Jahren die heute 64 Unterzeichnerstaaten treffen.
  Vgl. “Proceedings of the CGPM” von der 1. bis zur 27. Sitzung im Jahre 2022.
- CIPM — frz. **Comité** international des poids et mesures
  Internationales Komitee für Mass und Gewicht, ein Verwaltungskomitee von 18 Mitgliedern, das jährlich im BIPM zusammentrifft.
- BIPM — frz. **Bureau** international des poids et mesures
  Internationales Büro für Mass und Gewicht, ein internationales **Zentrum** für Masseinheiten in Sèvres bei Paris, das den Urmeter und das Urkilogramm verwahrt, die Generalkonferenz organisert, das Sekretariat beheimatet, früher die nationalen Versionen des Urmeters und Urkilogramms neu kalibrierte und weitere Dienste für CGPM und CIPM durchführt.

Im Jahre 1960 wurde das **Internationale Einheitensystem** eingeführt. Es basiert auf dem metrischen System, das 1793 in Frankreich eingeführt wurde. Die letzte grössere Anpassung erfolgte im Jahre 2019 (siehe Link).

In vielen Ländern gibt es nationale Institutionen (Link), die sich um die Eichung, Kalibrierung und Messmethoden von physikalischen Grössen kümmern.

Liechtenstein		hat die metrischen Einheiten schon im Jahre 1875 eingeführt, ist jedoch nicht Mitglied der Meterkonvention.
Schweiz	METAS	Eidgenössisches Institut für Metrologie
Deutschland	PTB	Physikalisch Technische Bundesanstalt in Braunschweig
Europa	EURAMET	Europäische Vereinigung nationaler Metrologieinstitute
USA	NIST	National Insitute of Standards and Technology

SI-Basisgrössen

Alle physikalischen Grössen lassen sich auf 7 Basisgrössen zurückführen.

Die **7 Basisgrössen** (engl. base quantity) sind ...

Länge, Masse, Zeit, Elektrische Stromstärke, Temperatur, Stoffmenge und Lichtstärke.

Die **Dimensionszeichen** sind die Abkürzung für diese Basisgrössen. Der Begriff Dimension hat in diesem Zusammenhang also nichts mit der üblichen Bedeutung von Dimension (3-dimensionaler Raum, 3-dim Vektor ...) zu tun.

Die **Formelzeichen** sind die üblicherweise verwendeten Zeichen/Buchstaben für die entsprechenden physikalischen Grössen. Es gibt auch Basisgrössen, für die mehrere Formelzeichen in Gebrauch sind: Beispielsweise für die Basisgrösse Länge: l für Länge, r für Radius, d für Durchmesser, h für Höhe, s für Weg ...)

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht (inklusive Basiseinheiten und deren Abkürzungen):

Basisgrösse	Dimensionszeichen	Formelzeichen	Basiseinheit	Abkürzung
Länge	L	l, r, d, h, s ...	Meter	m
Masse	M	m	Kilogramm	kg
Zeit	T	t	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	I	I	Ampere	A
Temperatur	Θ	T	Kelvin	K
Stoffmenge	N	n	Mol	mol
Lichtstärke	J	I_V	Candela	cd

Abgeleitete physikalische Grössen und Dimension

Aus diesen sieben Basisgrössen lassen sich alle weiteren physikalischen Grössen durch **Potenzprodukte der Basisgrössen** bilden.

Was ist ein Potenzprodukt? Es ist ein Produkt von Potenzen.
Und was ist eine Potenz? Mit Hilfe der Potenzschreibweise können wir Produkte (wie $a*a*a*a*a$) einfacher schreiben (a^5).
Was ist jedoch a^0 oder a^{-3}. Das folgende Schema macht dies klar ...

$$a*a*a \qquad a*a \qquad a \qquad 1 \qquad \frac{1}{a} \qquad \frac{1}{a^2} \qquad \frac{1}{a^3}$$

Von einem Wert zum nächsten wird jeweils durch a geteilt. Dies enspricht den folgenden Potenzen ...

$$a^3 \qquad a^2 \qquad a^1 \qquad a^0 \qquad a^{-1} \qquad a^{-2} \qquad a^{-3}$$

Bei der Potenz nimmt der Exponent jeweils um 1 ab.

Ein Potenzprodukt der Basisgrössen wird nun (mit den Abkürzungen für die Basisgrössen) folgendermassen geschrieben ...

$$L^{i1} * M^{i2} * T^{i3} * I^{i4} * \theta^{i5} * N^{i6} * J^{i7}$$

Dabei sind die Exponenten i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7 entweder ...

- Null. Und da $a^0 = 1$ heisst dies, dass die entsprechende Basisgrösse nicht vorkommt oder
- eine (im Allgemeinen) positive oder negative ganze Zahl.

Die **Dimension** (abgekürzt dim) einer physikalischen Grösse gibt an, wie die Grösse mit den Basisgrössen zusammenhängt und lässt sich durch das Potenzprodukt prägnant darstellen.

Beispielsweise gilt für die Dimension der abgeleiteten Grössen ...

▪ dim(Volumen):	L^3		
▪ dim(Geschwindigkeit)	$\frac{L}{T} = L * T^{-1}$	$v = \frac{s}{t}$	Geschwindigkeit = $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$,
▪ dim(Kraft)	$L * M * T^{-2}$	$F = m\,a$	Kraft = Masse * Beschleunigung
▪ dim(spezifische Wärme)	$L * T^{-2}$		

Die hier vorkommende Dimension hat nichts mit der üblichen Dimension zu tun, die gemeint ist, wenn man von der 2-dimensionalen Ebene oder dem 3-dimensionalen Raum spricht.

Wir müssen auch zwischen Dimension und Einheit unterscheiden.

- Eine physikalische Grösse hat nur **eine** Dimension: dim(Geschwindigkeit) = $L * T^{-1}$
- Eine physikalische Grösse kann aber **mehrere** Einheiten haben: Geschwindigkeit → $\frac{m}{s}$, $\frac{km}{h}$, Knoten, Mach, ...

Eine physikalische Grösse enthält einen Zahlenwert und eine Einheit. Wenn nur der Zahlenwert oder nur die Einheit gemeint ist, wird die folgende Kurzschreibweise gebraucht ...

▪ **{*t*}**	bedeutet Zahlenwert von *t*		
▪ **[*t*]**	bedeutet Einheit von *t*	Eckige Klammern um eine Einheit wie [m] sind FALSCH gemäss der entsprechenden Norm.	
▪ Beispiel:	$t = 8\,\text{s}$	$\{t\} = 8$	$[t] = \text{s}$

Der Ausdruck ...

$$t = \{t\} * [t]$$

wird somit folgendermassen interpretiert ...

physikalische Grösse *t* = Zahlenwert von *t* mal Einheit von *t*

SI-Basiseinheiten

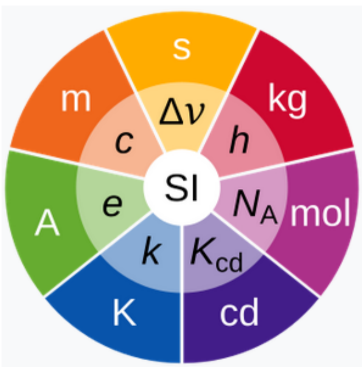
Die heute gültigen sieben Basiseinheiten (engl. base unit) wurden im Jahre 2019 beschlossen und stützen sich auf die folgenden sieben Konstanten der Physik.

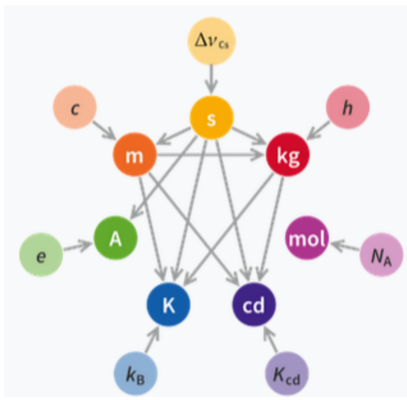
Definierende Konstanten	Formelzeichen	Wert
Hyperfeinübergangsfrequenz im Cäsiumatom	Δf_{Cs}	9'192'361'770 Hz
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	299'792'458 m/s
Planck–Konstante	h	6.626'070'15$*10^{-34}$ J s
Elementarladung	e	1.602'176'634 $*$ 10^{-19} C
Boltzmann–Konstante	k	1.380'649$*10^{-23}$ J/K
Avogadro–Konstante	N_{A}	6.022'140'76$*10^{23}$ 1/mol
Fotometrisches Strahlungsäquivalent	K_{cd}	683 lm/W

Die Werte dieser Konstanten wurden im Jahre 2019 so festgelegt, dass sie mit den damaligen genauesten Messungen übereinstimmten. In Zukunft werden sie sich nicht mehr ändern. Das heisst beispielsweise, dass die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum nicht mehr gemessen werden kann/muss, sondern mit 299’792’458 m/s definiert ist.

Die folgenden Abbildungen zeigen den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Basiseinheiten ...

Meter (m), Sekunde (s), Kilogramm (kg), Ampère (A), Kelvin (K), Mol (mol), Candela (cd)





Abbildungen: Links: Übersicht über die SI-Basiseinheiten und die physikalischen Konstanten.
Rechts: Abhängigkeit der SI-Basiseinheiten von den physikalischen Konstanten und den anderen Basiseinheiten.
Der Pfeil $a \to b$ bedeutet, dass a gebraucht wird, um b zu definieren.
Bildquelle (Link)

Die Abbildung zeigt beispielsweise, dass ...

- die Basiseinheit **Mol** nur von der Avogadro-Konstanten abhängt
  und dass das Mol nicht verwendet wird, um andere Basiseinheiten zu definieren.
- die Basiseinheit **Meter** von der Sekunde und der Lichtgeschwindigkeit abhängt
  und verwendet wird, um (mit anderen Grössen) Kilogramm, Kelvin und Candela zu definieren.
- Alle Pfeile können aus den untenstehenden Formeln abgeleitet werden:

$$1\,\mathrm{s} = \frac{9\,192\,361\,770}{\Delta f_{\mathrm{Cs}}},\ 1\,\mathrm{m} = 30.6624 * \frac{c}{\Delta f_{\mathrm{Cs}}},\ 1\,\mathrm{kg} = 1.47556\times 10^{40}\ \frac{h\,\Delta f_{\mathrm{Cs}}}{c^2},$$

$$1\,\mathrm{A} = \frac{e}{1.602176176634*10^{-19}}\ \frac{1}{\mathrm{s}},\ 1\,\mathrm{K} = 2.26673\ \frac{h\,\Delta f_{\mathrm{Cs}}}{k}$$

Im Folgenden liefern wir die zur Zeit gültigen Definitionen der SI-Basiseinheiten.

Zeit - Sekunde (s) — seit 1967 so definiert

Definition: $\Delta f_{\text{Cs}} = 9\,192\,361\,770\ \text{Hz}$ Übergangsfrequenz im Cäsium-133 Atom

$$\Delta f_{\text{Cs}} = 9\,192\,361\,770\ \frac{1}{\text{s}}$$

$$\rightarrow \quad 1\ \text{s} = \frac{9\,192\,361\,770}{\Delta f_{\text{Cs}}}$$

Das heisst ...

> Eine **Sekunde** ist gleich der Dauer von 9 192 361 770 Schwingungen der Strahlung, die der Energie des Übergangs zwischen zwei Hyperfeinstrukturniveaus des ungestörten Grundzustands im ^{133}Cs-Atom entspricht.
>
> $$1\ \text{s} = \frac{9\,192\,361\,770}{\Delta f_{\text{Cs}}}$$

Länge - Meter (m) — seit 1983 so definiert

Definition $c = 299\,792\,458\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Lichtgeschwindigkeit

$$\rightarrow \quad 1\ \text{m} = \frac{c}{299\,792\,458}\ \text{s} = \frac{c}{299\,792\,458} * \frac{9\,192\,361\,770}{\Delta f_{\text{Cs}}} = 30.6624 * \frac{c}{\Delta f_{\text{Cs}}}$$

> Ein **Meter** entspricht der Länge des Wegs, den das Licht im Vakuum in $\frac{1}{299\,792\,458}$ Sekunden zurücklegt.
>
> $$1\ \text{m} = 30.6624 * \frac{c}{\Delta f_{\text{Cs}}}$$

Masse - Kilogramm (kg) — seit 2019 so definiert

Definition $h = 6.62607015 * 10^{-34}\ \text{J s} = 6.62607015 * 10^{-34}\ \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$ Planck-Konstante

$$\rightarrow \quad 1\ \text{kg} = \frac{h}{6.62607015 * 10^{-34}\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = \frac{h}{6.62607015 * 10^{-34}\ \frac{\left(30.6624 * \frac{c}{\Delta f_{\text{Cs}}}\right)^2}{\frac{9\,192\,361\,770}{\Delta f_{\text{Cs}}}}} = 1.47556 \times 10^{40}\ \frac{h\,\Delta f_{\text{Cs}}}{c^2}$$

> Mit der Festlegung für die Sekunde und den Meter ist das **Kilogramm** über die Planck-Konstante definiert.
>
> $$1\ \text{kg} = 1.47556 \times 10^{40}\ \frac{h\,\Delta f_{\text{Cs}}}{c^2}$$

Elektrische Stromstärke - Ampere (A) seit 2019 so definiert

Definition $e = 1.602176176634 * 10^{-19}\,\mathrm{A\,s}$ Elementarladung (As = A * s = Ampere mal Sekunde)

$$\rightarrow \quad 1\,\mathrm{A} = \frac{e}{1.602176176634 * 10^{-19}} \frac{1}{\mathrm{s}} = \frac{1}{1.602176176634 * 10^{-19}} \frac{e}{\frac{9192361770}{\Delta f_{Cs}}} = 6.78989 \times 10^{8}\, e\, \Delta f_{Cs}$$

> Ein **Ampere** entspricht dem Stromfluss von $\frac{1}{1.602176176634 * 10^{-19}} \approx 6.24151 \times 10^{18}$ Elementarladungen pro Sekunde.

Die Messung der Stromstärke ist nun auf ein Zählen zurückgeführt. Wieviele Elementarladungen fliessen pro Zeit durch einen Leiterquerschnitt?

Temperatur - Kelvin (K) seit 2019 so definiert

Definition $k = 1.380649 * 10^{-23} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} = 1.380649 * 10^{-23} \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2\,K}}$ Boltzmann-Konstante

$$\rightarrow \quad 1\,\mathrm{K} = \frac{1.380649 * 10^{-23}}{k} \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}} = \frac{1.380649 * 10^{-23}}{k} \frac{\left(1.47556 \times 10^{40} \frac{h\,\Delta f_{Cs}}{c^2}\right)\left(30.6624 * \frac{c}{\Delta f_{Cs}}\right)^2}{\left(\frac{9192361770}{\Delta f_{Cs}}\right)^2} = 2.26673 \frac{h\,\Delta f_{Cs}}{k}$$

> Eine Änderung der thermodynamischen Temperatur um 1 **Kelvin** resultiert in eine Änderung der thermischen Energie $k\,T$ um $1.380649 * 10^{-23}$ Joule.

Ein Synonym für den Begriff “thermodynamische Temperatur” ist der Begriff “absolute Temperatur”. Im Gegensatz zum Nullpunkt der Celsiusskala hat die thermodynamische Termperaturskala keinen willkürlich festgelegten, sondern einen physikalisch begründeten Nullpunkt. Für ein klassisches ideales Gas ist die thermodynamische Temperatur proportional zur inneren Energie des Gases.

Stoffmenge - Mol (mol) seit 2019 so definiert

Definition: $N_A = \frac{6.02214076 * 10^{23}\,\text{Teilchen}}{\mathrm{mol}}$ Avogadro-Konstante

$$\rightarrow \quad 1\,\mathrm{mol} = \frac{6.02214076 * 10^{23}\,\text{Teilchen}}{N_A}$$

> Ein **mol** ist die Stoffmenge eines Systems, das eine Menge von $6.02214076 * 10^{23}$ eines bestimmten Einzelteilchens enthält.

Lichtstärke - Candela (cd) seit 1979 so definiert

Definition $$K_{cd} = 683 \frac{(\text{cd sr})\, s^3}{\text{kg}\, m^2} = 683 \frac{\text{Lumen}}{\text{Watt}}$$

$$\rightarrow \quad 1\,\text{cd} = \frac{K_{cd}}{683 \frac{\text{sr} \left(\frac{9\,192\,361\,770}{\Delta f_{Cs}}\right)^3}{\left(1.47556\times10^{40} \frac{h\, \Delta f_{Cs}}{c^2}\right)\left(30.6624 * \frac{c}{\Delta f_{Cs}}\right)^2}} = 2.61498 \times 10^{10} \frac{h\, K_{cd}\, \Delta f_{Cs}^2}{\text{sr}}$$

Eine **Candela** ist die Lichtstärke einer Strahlungsquelle (in eine bestimmte Richtung), die mit einer Frequenz von $540 * 10^{12}$ Hz emittiert und die eine Strahlungsintensität in diese Richtung von $\frac{1}{683} * \frac{W}{sr}$ hat.

Beachte

- Die Frequenz $f = 540 * 10^{12}$ Hz hängt via Formel für Wellen $c = \lambda f$ mit der Wellenlänge zusammen ...
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{299\,792\,458 \frac{m}{s}}{540 * 10^{12}\,\text{Hz}} \approx 5.55171 \times 10^{-7}\,\text{m} = 555.171 \times 10^{-9}\,\text{m} = 555.171\,\text{nm}$$
Dies ist die Wellenlänge des grünen Lichts, bei dem unsere Augen am Tag beim Sehen mit den Zapfen die grösste Empfindlichkeit haben.
- Mit dem Candela hängen die für die Beleuchtungsindustrie bedeutsamen Einheiten Lumen und Lux zusammen.

Abgeleitete SI-Einheiten

Die weiteren SI-Einheiten werden als Potenzprodukte aus den Basiseinheiten kohärent (d.h. ohne Verwendung von Zahlenfaktoren) abgeleitet.

Wir sehen im folgenden Beispiel, dass die Energieeinheit Joule eine SI-Einheit ist, während Kilowattstunde und Elektronenvolt keine SI-Einheiten sind:

- Joule (J) $1\,\text{J} = 1 \frac{kg * m^2}{s^2}$ = **abgeleitete** SI-Einheit, Faktor gleich 1
- Kilowattstunde (kWh) $1\,\text{kWh} = 3.6 * 10^6 \frac{kg * m^2}{s^2}$ = **keine** abgeleitete SI-Einheit, denn Faktor ≠ 1
- Elektronenvolt (eV) $1\,\text{eV} = 1.6021765 * 10^{-19} \frac{kg * m^2}{s^2}$ = **keine** abgeleitete SI-Einheit, denn Faktor ≠ 1

Weitere Nicht-SI-Einheiten sind beispielsweise ...

- Volumen in Liter $1\,\text{Liter} = 1\,dm^3 = 10^{-3}\,m^3$
- Druck in Bar $1\,\text{Bar} = 10^5\,\text{Pascal}$

Für jede physikalische Grösse gibt es nur eine aus den Basiseinheiten kohärent abgeleitete Einheit.

Ebener Winkel und Raumwinkel

Der ebene Winkel und der Raumwinkel sind auch Bestandteile des SI. Seit 1995 gelten der Winkel und der Raumwinkel als abgeleitete Einheiten (m/m = 1) und nicht mehr als Basiseinheiten (rad) (Link).

SI-Einheit für den ebenen Winkel: Radiant (rad)

SI-Einheit für den Raumwinkel: Steradiant (sr)

Im Kapitel “Basisgrössen Ebener Winkel und Raumwinkel” wird näher auf diese Einheiten (und weitere) eingegangen.

SI-Einheiten mit speziellen Namen

Wichtige abgeleitete physikalische SI-Einheiten haben **spezielle Namen** (vielfach benannt nach berühmten Physikern). Leider hat die häufig verwende Grösse Beschleunigung keinen speziellen Namen (Abkürzung). Die SI-Einheit für die Beschleunigung ist $\frac{m}{s^2}$.

Einheit	Zeichen	in anderen SI-Einheiten	in Basiseinheiten	Einheit für
Ampère	A	Basiseinheit	$= A$	elektrische Stromstärke
Becquerel	Bq		$= s^{-1}$	Aktivität
Candela	cd	Basiseinheit	$= cd$	Lichtstärke
Coulomb	C		$= A\ s$	elektrische Ladung
Farad	F	$= C/V = A\ s/V$	$= kg^{-1}m^{-2}s^4A^2$	elektrische Kapazität
Grad Celsius	°C	$= T - 273.15\ K$		Temperatur
Gray	Gy	$= J/kg$	$= m^2s^{-2}$	Energiedosis
Henry	H	$= Wb/A = V\ s/A$	$= kg^1m^2s^{-2}A^{-2}$	Induktivität
Hertz	Hz		$= s^{-1}$	Frequenz
Joule	J	$= N\ m = W\ s$	$= kg^1m^2s^{-2}$	Energie, Arbeit, Wärmemenge
Katal	kat		$= mol^1s^{-1}$	katalytische Aktivität
Kelvin	K	Basiseinheit	$= K$	absolute Temperatur
Kilogramm	kg	Basiseinheit	$= kg$	Masse
Lumen	lm	$= cd\ sr$	$= cd\ sr$	Lichtstrom
Lux	lx	$= lm/m^2$	$= cd^1sr^1m^{-2}$	Beleuchtungsstärke
Meter	m	Basiseinheit	$= m$	Länge
Mol	mol	Basiseinheit	$= mol$	Stoffmenge
Newton	N	$= J/m = W*s/m$	$= kg^1m^1s^{-2}$	Kraft
Ohm	Ω	$= V/A$	$= kg^1m^2s^{-3}A^{-2}$	elektrischer Widerstand
Pascal	Pa	$= N/m^2$	$= kg^1m^{-1}s^{-2}$	Druck, Spannung
Radiant	rad	$= m/m$	$= 1$	ebener Winkel
Sekunde	s	Basiseinheit	$= s$	Zeit
Siemens	S	$= 1/\Omega = A/V$	$= kg^{-1}m^{-2}s^3A^2$	elektrischer Leitwert
Sievert	Sv	$= J/kg$	$= m^2s^{-2}$	Äquivalentdosis
Steradiant	sr	m^2/m^2	$= 1$	Raumwinkel
Tesla	T	$= Wb/m^2 = V\ s/m^2$	$= kg^1s^{-2}A^{-1}$	magnetische Flussdichte
Volt	V	$= W/A = J/C$	$= kg^1m^2s^{-3}A^{-1}$	elektrische Spannung
Watt	W	$= J/s = V\ A$	$= kg^1m^2s^{-3}$	Leistung
Weber	Wb	$= V\ s$	$= kg^1m^2s^{-2}A^{-1}$	magnetischer Fluss

Abbildung Dies ist die vollständige Liste der 29 SI-Einheiten (7 SI-Basiseinheiten und 22 abgeleitete SI-Einheiten mit speziellen Namen) in alphabetischer Reihenfolge.

Bemerkung

- Alle diese SI-Einheiten mit speziellen Namen setzen sich aus Potenzprodukten der SI-Basiseinheiten ohne numerischen Faktor zusammen.
- Radiant und Steradiant werden statt der Einheit 1 (bzw. m/m oder m^2/m^2) verwendet, um herauszustreichen, dass es sich um einen Winkel bzw. einen Raumwinkel handelt.

Einheiten, die für den Gebrauch mit dem SI zugelassen sind

Zeit	Minute (min), Stunde (h), Tag (d)	
Länge	Astronomische Einheit (AE)	
Fläche	Hektar (ha)	
Volumen	Liter (l, L)	
Masse	Tonne (t) Dalton (Da) = unified atomic mass (u);	 1 Da= 1 u = $1.660539066\,(50) * 10^{-27}$ kg
Energie	Elektronvolt (eV)	1 eV = $1.602176634 * 10^{-19}$ J
Winkel	Grad (°), Winkelminute (‘), Winkelsekunde (‘’)	
Bel (B), Dezibel (dB)	Zur Kennzeichnung des 10-er Logarithmus	
Neper (Np)	Zur Kennzeichnung des natürlichen Logarithmus	

SI-Vorsätze (seit 1960)

In der Physik können sich die vorkommenden Grössen über viele Zehnerpotenzen erstrecken. Beispielsweise ...

- Durchmesser eines Atomkerns $d \approx 0.000000000000001$ m

Es wäre natürlich sehr schwierig, in solchen Fällen die Nullen abzuzählen oder diese Zahlenwerte im Taschenrechner einzugeben. Die Wahrscheinlichkeit eines Tippfehlers wäre gross.

Um solche grossen/kleinen Zahlenwerte einfacher darzustellen, gibt es drei Möglichkeiten ...

- Präfixe (Vorsätze) Hier wird die Einheit geändert.
- Zehnerpotenzen Hier wird der Zahlenwert geändert.
- Eine neue Einheit zu definieren

Wir gehen von der folgenden Tabelle aus (Quelle).

Prefix Name	Prefix Symbol	Base 10	Decimal	Adoption [nb 1]
quetta	Q	10^{30}	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000	2022[12]
ronna	R	10^{27}	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000	
yotta	Y	10^{24}	1 000 000 000 000 000 000 000 000	1991
zetta	Z	10^{21}	1 000 000 000 000 000 000 000	
exa	E	10^{18}	1 000 000 000 000 000 000	1975[13]
peta	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000	
tera	T	10^{12}	1 000 000 000 000	1960
giga	G	10^{9}	1 000 000 000	
mega	M	10^{6}	1 000 000	1873
kilo	k	10^{3}	1 000	1795
hecto	h	10^{2}	100	
deca	da	10^{1}	10	
—	—	10^{0}	1	—
deci	d	10^{-1}	0.1	1795
centi	c	10^{-2}	0.01	
milli	m	10^{-3}	0.001	
micro	μ	10^{-6}	0.000 001	1873
nano	n	10^{-9}	0.000 000 001	1960
pico	p	10^{-12}	0.000 000 000 001	
femto	f	10^{-15}	0.000 000 000 000 001	1964
atto	a	10^{-18}	0.000 000 000 000 000 001	
zepto	z	10^{-21}	0.000 000 000 000 000 000 001	1991
yocto	y	10^{-24}	0.000 000 000 000 000 000 000 001	
ronto	r	10^{-27}	0.000 000 000 000 000 000 000 000 001	2022[12]
quecto	q	10^{-30}	0.000 000 000 000 000 000 000 000 000 001	

Abbildung SI-Präfixe

Wir stellen fest ...

- Die SI-Präfixe basieren auf Zehnerpotenzen mit ganzzahligen Exponenten.
- Mit Ausnahme der Exponenten −2, −1, 1, 2 kommen nur Vielfache von 3 vor. Damit lassen sich Zahlenwerte mit Zehnerpotenzen, die einen Exponenten haben, der ein Vielfaches von 3 ist, in Präfixe umwandeln.
- Die Präfixe für Bruchteile von 1 werden klein geschrieben: dezi (d), centi (c), milli (m) ...
- Die grössten und kleinsten Präfixe wurden erst kürzlich im Jahr 2022 eingeführt.
- Die Vorsätze sind nicht ganz systematisch ...
  - Namen von Vielfachen enden auf a: deca, mega ... ausser hecto, kilo
  - Symbole von Vielfachen haben Grossbuchstaben: M, T ... ausser da, h, k
  - Symbole von Bruchteilen bestehen aus einem kleinen lateinischen Grossbuchstaben ... ausser *μ*
  - Namen von Bruchteilen enden auf 0: mikro, nano, femto ... ausser d, c, m
- Nicht zugelassen sind die SI-Vorsätze für die Winkeleinheiten ”, ’ und °, die Zeiteinheiten min, h und d, die Flächenmasse a und ha, das metrische Karat ct sowie die Dioptrie dpt.

Wir können die gleiche physikalische Grösse auf verschiedene Arten schreiben. Beispielsweise für eine Länge von 400 000 m ...

$$\boxed{400\,000\ \text{m} = 4 * 10^5\ \text{m} = 400 * 10^3\ \text{m} = 400\ \text{km}}$$

Daraus folgt (die Werte sind gleich, aber die Anzahl signifikanter Stellen ist unterschiedlich) ...

- **Dezimalschreibweise:** **400 000 m**
- **Zahlenwert vor Potenz zwischen 1 und 10:** $\mathbf{4 * 10^5}$ **m** Wissenschaftliche Darstellung. SCI Einstellung Im Taschenrechner
- **Exponent ein Vielfaches von 3**: $\mathbf{400 * 10^3}$ **m** Engineering Darstellung. ENG Einstellung Im Taschenrechner
- **Einheit mit Präfix:** **400 km**

Bleibt noch die dritte Möglichkeit, nämlich eine **neue Einheit** zu definieren, die der jeweiligen Situation angepasst ist. Beispiele ...

- Länge 1 Lichtjahr (ly) = $9.4605 * 10^{15}$ m
  1 Astronomische Einheit (au) = $1.49600 * 10^{11}$ m
  1 Angström = 10^{-10} m
- Masse 1 Sonnenmasse (m_{Sonne}) = $1.98934 * 10^{30}$ kg
- Druck 1 Bar (bar) = 10^5 Pa
- Energie 1 Kilowattstunde (kWh) = $3.6 * 10^6$ J

Die Präfixe sind auch Teil des SI. Es gibt bestimmte Regeln ...

- Keine Einheit darf mehr als einen Vorsatz haben. Ein Millionstel eines Kilogramm ist deshalb nicht ein Mikrokilogramm (μkg), sondern ein Milligramm (mg).
- Präfix und Einheit gelten als ein Symbol: dm^3 gilt deshalb als $(\text{dm})^3$ und nicht als $\text{d}(\text{m}^3)$
- Die Präfixe Zenti, Dezi, Deka und Hekto sollten nur bei den Vorsätzen verwendet werden, bei denen sie schon in Gebrauch sind.
- Die Einheiten von Ergebnissen sollen mit dem Präfix versehen werden, der den Zahlenwert möglichst in den Bereich 0.1 bis 1000 bringt.

Dezimalsystem

Das SI-System verwendet das Dezimalsystem. Das heisst, dass die Zahlzeichen 0, 1, ... 8, 9 verwendet werden und zum Beispiel die Zahl 234 das Folgende bedeutet ...

$$234_{10} = 2 * 100 + 3 * 10 + 4 * 1$$

Dies ist die übliche Darstellung der Zahlen im Alltag.

Der Meter ist in 10 Dezimeter unterteilt. Der Dezimeter ist in 10 Centimeter unterteilt. Und so weiter.

Vor der Einführung des Dezimalsystems waren das 12-er und auch das 60-er System in Gebrauch. Was sind deren Vorteile?

Wenn wir einen Stab mit Strichen in 10 Teile unterteilen, dann können wir einfach die Hälfte oder den fünften Teil bestimmen, denn diese fallen mit einem Strich zusammen. Bei den anderen Teilungen jedoch nicht. Es ist also entscheidend, wieviele Teiler das System hat.

10-er System:	Die Zahl 10 hat die Teiler 2 und 5. Es eignet sich gut zum Rechnen mit den 10 Fingern.
12-er System:	Die Zahl 12 hat die Teiler 2, 3, 4 und 6. Diese Teiler kommen noch im angelsächsischen System vor: 1 yard = 3 feet, 1 foot = 12 inches, 1 Hand = 4 inches, 1 fathom = 2 yards ...
60-er System:	Die Zahl 60 hat die Teiler 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 und 30. Das 60-er System kommt noch heute vor: 1 Stunde = 60 Minuten, 1 Minute = 60 Sekunden
2-er System:	Ganz wichtig in der heutigen Zeit ist das Dualsystem. Es hat nur 2 Zahlzeichen: die 0 und die 1. Damit lässt sich gut darstellen, ob Strom fliesst (1) oder nicht (0).

SI- und SI-fremde Einheiten

Die Einheiten können in folgende **SI-Einheiten** ...

▪ 7 SI-Basiseinheiten	Meter (m), Kilogramm (kg), Sekunde (s) ...
▪ 22 abgeleitete SI-Einheiten mit speziellen Namen	Hertz (Hz), Pascal (Pa), Volt (V) ...
▪ Andere abgeleitete SI-Einheiten	Beschleunigung ($\frac{m}{s^2}$), Impuls ($\frac{kg\,m}{s}$) ...

und in folgende **SI-fremde Einheiten** eingeteilt werden (Deutschland) ...

▪ SI-Einheiten mit dezimalen Vorsätzen	Zentimeter (cm), Nanosekunde (ns) ...
▪ gesetzlich	Grad (°), Minute (‘) ...
▪ gesetzlich in bestimmten Anwendungsgebieten	Ar (a), Hektar (ha), Dioptrie (dpt) ...
▪ in Spezialgebieten benutzt	Mach, Knoten (kn), astronomische Einheit (AE) ...
▪ ungesetzliche (ungültige)	Gauss (G), Grad Kelvin (°K) ...
▪ ungesetzliche (ausländische)	foot (ft), inch (in), degree Fahrenheit (°F) ...

Formelzeichen im SI

Die meisten physikalischen Grössen haben ein (durch internationale Normen) standardisiertes **Formelzeichen**, das weltweit einheitlich ist. Beispielsweise ...

t	für Zeit
m	für Masse
F	für Kraft

Obwohl das lateinische und das griechische Alphabet eine grosse Anzahl von verschiedenen Zeichen haben, kommt es doch gelegentlich zu Unklarheiten. Beispielsweise hat das Formelzeichen p zwei Bedeutungen ...

p	Impuls	= Masse * Geschwindigkeit	$\dim[p] = L * M * T^{-1}$
p	Druck	= Kraft / Fläche	$\dim[p] = L^{-1} * M * T^{-2}$

und es kommt auch auf die Gross- und Kleinschreibung an ...

P	Leistung	= Arbeit / Zeit	$\dim[P] = L^2 * M * T^{-3}$

In solchen Situationen muss aus dem Zusammenhang geschlossen werden, um welche physikalische Grösse es sich handelt.

Schreibweisen im SI

Es gibt auch Konventionen, an die man sich halten sollte.

- Physikalische Grössen sollten **kursiv** (schräg) geschrieben werden ...
  $t, m, F, \ldots$
- Einheiten sollten **senkrecht** (aufrecht) geschrieben werden ...
  m, s, A, ...
- So kann man einige Unklarheiten vermeiden (handschriftlich ist dies schwieriger einzuhalten) ...

m (Masse)	versus	m (Meter)
s (Strecke)	versus	s (Sekunde)
F (Kraft)	versus	F (Farad; Einheit der Kapazität)

- Zwischen dem Zahlenwert und der Einheit einer physikalischen Grösse sollte ein **Abstand** sein:
  $r = 25\ \mathrm{mm}$, $t = 15\ \mathrm{s}$
  Ausnahmen gibt es bei Winkelangaben: $\alpha = 90°$, $\beta = 30°23'28''$
- Zusatzbezeichnungen von Grössen müssen beim Grössen- und nicht beim Einheitensymbol stehen.
  $U_{\mathrm{max}} = 500\ \mathrm{V}$ nicht $U = \mathrm{V}_{\mathrm{max}}$

Merkwürdiges

Energie und Drehmoment

Jeder physikalischen Grösse ist eindeutig eine Einheit (bestehend aus einem Potenzprodukt der SI-Basiseinheiten inklusive einem möglichen Zahlenfaktor) zugeordnet.

Das Umgekehrte ist nicht der Fall. Sowohl das ...

Drehmoment ($\mathrm{N\,m} = \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}$) als auch die

Energie ($\mathrm{J} = \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}$)

haben das gleiche Potenzprodukt. Das Drehmoment sollte aber nie mit der Einheit Joule geschrieben werden.

Billion

Bei der Verwendung der Billion muss man aufpassen (Link). Eine europäische Billion ist nicht gleich der US billion.

Weltweit werden zur Darstellung grosser Zahlen zwei Skalen verwendet: die **kurze** und die **lange Skala**.

Zahl	Kurze Skala	Lange Skala
10^6	Million	Million
10^9	**Billion**	Milliarde
10^{12}	**Trillion**	**Billion**
10^{15}	Quadrillion	Billiarde
10^{18}	Quintillion	**Trillion**
10^{21}	Sextillion	Trilliarde

Die Verwendung der beiden Skalen ist ziemlich unübersichtlich (Link) ...

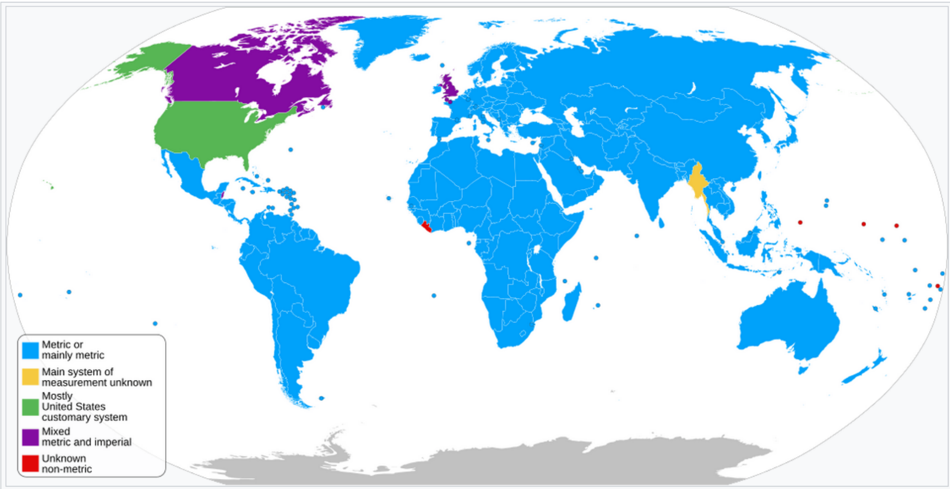
- Die **kurze** Skala wird verwendet in USA, Russland, Australien, Brasilien, Hälfte von Afrika ...
- Die **lange** Skala wird verwendet im westlichen Europa, im westlichen Südamerika, andere Hälfte von Afrika ...
- Es gibt Länder, die **beide** Skalen verwenden: Kanada, Südafrika.

Verbreitung des SI-Einheitensystems

Das wichtigste System (v.a. im wissenschaftlichen Bereich) ist das sogenannte **SI-Einheitensystem**. Leider haben es nicht alle Länder vollständig umgesetzt.

Zur Zeit leben 95% der Weltbevölkerung in Ländern, in denen das SI-System das einzige gesetzliche Masssystem ist. Das heisst auch, dass es noch Länder (u.a. USA, Liberia, Myanmar) und Sektoren gibt, die noch in der Übergangsphase sind oder beschlossen haben, das SI-System nicht vollständig einzuführen.

Wesentlichen Widerstand leisten v.a. auch das Vereinigte Königreich (UK) und die Vereinigten Staaten von Amerika (USA), da dort vorgebracht wird, dass ihre kulturelle Identität mit dem traditionellerweise verwendeten Messsystem zusammenhängt.



Countries by their dominant system of measurement (metric, imperial, and US customary) as of 2023 (based on popular and official usage)

Abbildung: Verbreitung der Einheitensysteme (Link)

Es gibt in vielen Ländern, in denen alternative Einheiten im täglichen Leben oder in verschiedenen Sektoren im Einsatz sind. Beispielsweise existieren für die Geschwindigkeit parallel viele verschiedene gebräuchliche Einheiten ...

- $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$
- $\frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}$
- **Knoten** (= $\frac{\text{Seemeile}}{\text{Stunde}}$)
- **Mach** (= Schallgeschwindigkeit in Luft)
- $\frac{\mathbf{mile}}{\mathbf{hour}}$ usw.

sogar in der Physik ...

- Astronomie (Länge): Lichtjahr, Parsec, Astronomische Einheit
- Spezielle Relativitätstheorie: $c = 1$ Alle Geschwindigkeiten werden in der Einheit c und nicht mit m/s angegeben.

Die Bestrebungen zur Vereinheitlichung sind somit von gemischtem Erfolg geprägt.

Wichtig ist, dass wir jeweils von der einen Einheit in die andere (bzw. in die SI-Einheit) umrechnen können und es auch tun.

> Im September 1999 verbrannte der Mars Climate Orbiter der NASA beim Eintritt in die Atmosphäre des Mars. Er war gebaut worden, um das Klima, die Atmosphäre und die Oberflächen des Mars zu studieren. Der Grund für das Unglück: die Software des Lockheed Martin Teams lieferte den Wert für den Kraftstoss (engl. impulse) in der Einheit pound-second gemäss dem fps (feet, pound, second) Einheitensystem, während das NASA Team den Kraftstoss in der Einheit Newton-Sekunde im SI-System erwartete. Der Zahlenwert unterscheidet sich um den Faktor 4.45.
> Die Gesamtkosten der Mission beliefen sich auf 327 Millionen USD, der Orbiter allein kostete 125 Millionen USD.
> “It is ironic,” Logsdon said, “that we can cooperate in space with the Russians and the Japanese and the French but we have trouble cooperating across parts of the United States. Fundamentally, you have partners in this enterprise speaking different languages.” (Link, Link, Link)

Basisgrösse Zeit (Sekunde)

Definition

Die SI-Einheit für die physikalische Grösse Zeit ist die **Sekunde**. Seit 1967 hat die Sekunde im SI die folgende Definition ...

> Eine Sekunde ist gleich der Dauer von 9192361770 Schwingungen der Strahlung, die der Energie des Übergangs zwischen zwei Hyperfeinstrukturniveaus des ungestörten Grundzustands im ^{133}Cs - Atom entspricht.

Andere Einheiten für die Zeit sind ...

1 Minute (min)	=	60 Sekunden	
1 Stunde (h)	=	60 Minuten	
1 Tag (d)	=	24 Stunden	Zeitdauer für eine Erdrotation
1 Jahr (a)	=	365 Tage	Zirka-Zeitdauer für den Umlauf der Erde um die Sonne. Das **SI-Jahr** hat genau 365 Tage.

Bemerkung

- Vorsätze für dezimale Teile und Vielfache dürfen nur bei der Zeiteinheit Sekunde verwendet werden.
- Die Abkürzungen sec oder sek für die Sekunde sind nicht zulässig.

Zur Umrechnung der Einheiten geeignet ist die Darstellung im Sinne der Multipliation mit 1 ...

$$1 = \frac{1\,\text{Minute}}{60\,\text{s}} = \frac{1\,\text{Stunde}}{3600\,\text{s}} = \frac{1\,\text{Tag}}{86\,400\,\text{s}} = \frac{1\,\text{SI Jahr}}{31.536000 * 10^6\,\text{s}} = \frac{1\,\text{IAU Jahr}}{31\,556\,952\,\text{s}}$$

Units of Time

	sec	min	hour	day	week	month	year	decade	century	millennium
seconds per	*1*	**60**	3,600	86,400	604,800	2,629,800	31,557,600	315,576,000	3,155,760,000	31,557,600,000
minutes per		*1*	**60**	1,440	10,080	43,830	525,960	5,259,600	52,596,000	525,960,000
hours per			*1*	**24**	168	731	8,766	87,660	876,600	8,766,000
days per				*1*	**7**	**30.4**	**365.25**	3,652.5	36,525	365,250
weeks per					*1*	**4.35**	**52.18**	521.8	5,218	52,179
months per						*1*	**12**	120	1,200	12,000
years per		color key:					*1*	**10**	**100**	**1,000**
decades per		defined exactly						*1*	10	100
centuries per		calculated average							*1*	10
millennia per										*1*

Abbildung Grössenordnungen der im Alltag vorkommenden Zeiteinheiten (Link).

Tag und Jahr

Bemerkung zum Tag

- In einem Tag rotiert die Erde ein Mal um die Rotationsachse.
- Die Rotationsdauer der Erde verändert sich (langsam) mit der Zeit.

- Man unterscheidet zwischen Sonnentag und Sternentag ...
  - Ein **Sternentag** hat 23 h 56 min. Nach dieser Zeit sieht man die Sterne wieder unter dem gleiche Winkel.
  - Ein **Sonnentag** hat 24 Stunden. Nach dieser Zeit sieht man die Sonne wieder unter dem gleiche Winkel.
  - Der Sonnentag ist um etwa 4 Minuten länger als der Sterntag, da sich die Erde gleichzeitig um die Sonne bewegt und zwar während eines Tages um etwa 1° (denn: 365.25 Tage für eine volle Umdrehung mit 360°) entlang ihrer Umlaufbahn um die Sonne weiterbewegt hat und sie daher noch zirka 1° weiter rotieren muß, damit die Sonne wieder in der gleichen Himmelsrichtung zu sehen ist.

Bemerkung zum Jahr

- In einem Jahr bewegt sich die Erde 1 Mal um die Sonne.
- Die Umlaufzeit der Erde um die Sonne verändert sich (langsam) mit der Zeit.
- Diese Umlaufzeit der Erde um die Sonne ist kein genaues Vielfaches der Rotationsdauer der Erde ...
  1 Jahr = 365.24219 Tage = 365 Tage + 5 Stunden + 48 Minuten + 45 Sekunden
- Dies hat einen Einfluss auf den **Kalender** (Link), der eine Übersicht über die Tage, Wochen und Monate eines Jahres angibt. Die Tage und das Jahr müssen immer wieder aufeinander abgestimmt werden.
- Heute schieben wir immer wieder einen zusätzlichen Tag ein (Schalttag am 29. Februar) für diese Synchronisation, damit nicht allmählich der Winter im Juli ist. Dies war nicht immer so.
- Das Jahr 48 BCE ist das längste Jahr der menschlichen Geschichte. Julius Cäsar musste das Jahr auf 445 Tage ausdehnen, um die Sonne und die Jahreszeiten wieder zu synchronisieren.
- Beim Übergang vom julianischen Kalender zum gregorianischen Kalender mussten Wochen eingeschoben werden. Nicht alle Länder haben dies gleichzeitig gemacht. Dies ist der Grund, dass die sogenannte Oktoberrevolution nach der Zeitrechnung im Westen am 7. November 1917 stattfand (aber am 25. Oktober nach der damaligen russischen Zeitrechnung).
- Wir benutzen heute vor allem den **gregorianischen Kalender** (Papst Gregor), der auf dem **julianischen Kalender** (Julius Cäsar) beruht, der wiederum auf dem **Römischen Kalender** beruht.

Von der Planck-Zeit zum Alter des Universums (≈ 61 Grössenordnungen)

Die Grössenordnungen für die Zeit, die im **Alltag** gebraucht werden, bewegen sich im Bereich von Hunderstel Sekunden bis Jahre.

0.01 s	Zeitauflösung im Sport (Skifahren, Leichtathletik)
1 s	Herzschlag
24 h	Zeitdauer für einen Tag
1 Jahr	Wechsel der Jahreszeiten
80 Jahre	typische Lebensdauer des Menschen
einige 1000 Jahre	Zivilisation

Die Zeiten, die in der Wissenschaft vorkommen, umfassen einen viel grösseren Bereich. Dies ist sehr ausführlich dargestellt auf Wikipedia (Link, Link). Eine kurze Übersicht ...

5.34×10^{-44} s		Planck-Zeit: $t_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{h\,G}{2\,\pi\,c^5}}$	
43×10^{-18} s	43 as	Kürzester erzielter Laser Lichtpuls.	as = Attosekunde
1.85×10^{-15} s	1.85 fs	Periodendauer des grünen Lichts (555 nm).	fs = Femtosekunde
1×10^{-9}	1 ns	Periodendauer einer Radiowelle mit einer Wellenlänge von 0.3 m.	
$\approx 50 \times 10^{-6}$ s	50 μs	Schwingungsdauer des höchsten hörbaren Tons (≈ 20 kHz und T = 1/f)	
$\approx 5*10^{-2}$ s	50 ms	Schwingungsdauer des tiefsten hörbaren Tones (≈20 Hz und T = 1/f)	
$\approx 1.4 \times 10^{-1}$ s	140 ms	Reaktionszeit des Menschen	
$\approx 10^{0}$ s	1 s	Zeit zwischen zwei Herzschlägen/Puls	
$\approx 5 * 10^{2}$ s	8.3 min	Lichtlaufzeit Erde-Sonne (1 AE / c)	
$\approx 3.16 * 10^{7}$ s	365.25 yr	Umlaufzeit der Sonne um die Erde	
$\approx 6.4 * 10^{10}$ s	2025 yr	Zeit seit Start unserer Zeitrechnung	
$\approx 4.4 * 10^{17}$ s	$13.8 * 10^{9}$ yr	Alter des Universums	

Messen der Zeit

Wir unterscheiden zwei unterschiedliche Messungen ...

- Messung eines Zeitpunktes: wahre Zeit, Sonnenfinsternis, Kalender
- Messung einer Zeitdauer/Zeitdifferenz: Laufzeitmessung, Sport, Kinematik

Zum Messen der Zeit bzw. dem Vergleichen von Zeiten dienen vor allem periodisch ablaufende Vorgänge. Beispielsweise Schwingungsvorgänge ...

- Pendeluhr, Quarzuhr, Atomuhr

Alternativ auch Vorgänge mit bekannter Zeitdauer ...

- Radioaktiver Zerfall von Atomkernen (für sehr lange Zeiträume)
- Sanduhr
- Kerze

Basisgrösse Länge (Meter)

Definition des Meters gemäss SI

Die SI-Einheit für die physikalische Grösse Länge ist der Meter. Wir haben schon weiter vorne die Definition kennengelernt. Sie soll hier nochmals wiederholt werden.

Ein **Meter** entspricht der Länge des Wegs, den das Licht im Vakuum in $\frac{1}{299\,792\,458}$ Sekunden zurücklegt.

Gebräuchliche SI Vorsätze sind ...

1 m $= 10^{-3}$ km (Kilometer)
$=$ 10 dm (Dezimeter) $=$ 100 cm (Zentimeter) $=$ 1000 mm (Millimeter)
$= 10^{6}$ μm (Mikrometer) $= 10^{9}$ nm (Nanometer) $= 10^{12}$ pm (Pikometer)

Gebräuchliche SI-fremde Längeneinheiten

Astronomie	1 astronomische Einheit (au)	$1.49600 * 10^{11}$ m	
	1 Lichtjahr (ly)	$9.40605 * 10^{15}$ m	$\approx 10^{16}$ m
	1 Parsec (pc)	$3.0857 * 10^{16}$ m	= 3.28055 ly
Atomphysik	1 Angström (Å)	10^{-10} m	
	1 X-Einheit (XE)	$1.00202 * 10^{-13}$ m	
Weitere	1 Seemeile	1852 m	
	1 Klafter	1.8 - 2.0 m	
US	1 inch (in) = 1 Zoll (‘’)	0.0254 m	exakt
	1 foot (ft) = 12 in	0.3048 m	
	1 yard (yd) = 3 ft	0.9144 m	
	1 mile (mi)= 1760 yd	1609.344 m	

- Die Diagonale des Bildschirms von Monitoren wird häufig in inch angegeben.
- Somit gilt für die Umrechnung ...

$$1 = \frac{\text{in}}{0.0254\,\text{m}} = \frac{\text{ft}}{12 * 0.0254\,\text{m}} = \frac{\text{yd}}{3 * 12 * 0.0254\,\text{m}} = \frac{\text{mile}}{1760 * 3 * 12 * 0.0254\,\text{m}} \quad \text{exakt}$$

$$1 = \frac{\text{in}}{0.0254\,\text{m}} = \frac{\text{ft}}{0.3048\,\text{m}} = \frac{\text{yd}}{0.9144\,\text{m}} = \frac{\text{mile}}{1609.344\,\text{m}}$$

Von der Planck-Länge zur Grösse des beobachtbaren Universums

Im täglichen Leben haben wir es v.a. mit Grössen in der Region von Bruchteilen von mm bis einigen km zu tun. Das sind zirka 6 Zehnerpotenzen.

In der Physik ist der vorkommende Bereich um ein Vielfaches grösser. Die folgende Tabelle gibt einen Eindruck (Zirkawerte) von vorkommenden Grössen.

Grösse / m	andere Einheit	Objekt
$1.6 * 10^{-35}$		Planck-Länge ($\frac{h*G}{2\pi c^3}$)
$1 * 10^{-18}$		Grösse eines Quarks
$1.5 * 10^{-14}$		Durchmeser eines Atomkerns
$3 * 10^{-10}$		Durchmesser eines Atoms
$5 * 10^{-7}$	500 nm	Wellenlänge des sichtbaren Lichts
$6 * 10^{-5}$	60 μm	Haardurchmesser
$5 * 10^{-3}$	5 mm	Ameise
$2.2 * 10^{0}$	2.2 m	Raumhöhe
$1.2 * 10^{2}$	120 m	Länge eines Fussballplatzes
$3 * 10^{4}$	30 km	Länge Liechtensteins
$1.3 * 10^{7}$ m		Durchmesser der Erde
$3.8 * 10^{8}$ m		Entfernung Erde-Mond
$1.4 * 10^{9}$ m		Durchmesser der Sonne
$1.49600 * 10^{11}$ m		Entfernung Erde-Sonne (Astronomische Einheit)
$\approx 10^{16}$ m		1 Lichtjahr (ly), Weg, den das Licht in einem Jahr zurücklegt
$4 * 10^{16}$ m	4.3 ly	Entfernung zum nächsten Fixstern
$9 * 10^{20}$ m	$1\,0^{5}$ ly	Durchmesser unserer Galaxie (Milchstrasse)
$4.3 * 10^{26}$ m	$4.6 * 10^{10}$ ly	Radius des beobachtbaren Universums

Mit dieser interaktiven Website (Link) kann man die Grössen, die im Universum vorkommen, veranschaulichen: von der Planck-Länge (10^{-35} m) bis zur Grösse des beobachtbaren Universum (10^{26} m).

Youtube Videos von Josef Gassner

Josef Gassner (Link) veröffentlicht regelmässig Videos auf Youtube. Diese Videos haben meistens eine Länge von 25 bis 35 Minuten.

In einer sehr interessanten Serie von (bislang) 111 Videos mit dem Titel “Von Aristoteles zur Stringtheorie” gibt er ein umfassendes Bild der Astronomie und Astrophysik. Die letzten Videos (Nummer 103 bis 111) befassen sich mit der Kernfusion.

Für uns interessant ist v.a. das Video Nummer 96, das den Titel “Grössenordnungen im Universum - Vom Kleinsten zum Grössten” trägt (4. Januar 2024, 34’19’’) (Link).

Inhaltsangabe: *Josef M. Gaßner führt **durch 62 Größenordnungen** von der Plancklänge über Elementarteilchen, Atomkernen, Atomen, Viren, Bakterien, Menschen, (ab hier: gemäss Alex Evett) Kometen, Zwergplaneten, Planeten, Sonnen, Roter Riesen, Überriesen, Planetarischer Nebel, Schwarzer Löcher, Galaxien, Galaxienhaufen, Voids bis hin zum beobachtbaren Universum.*

Am Schluss des Videos erwähnt Josef Gassner noch ein Zitat von Albert Einstein ...

Fantasie ist viel wichtiger als Wissen, denn Wissen ist begrenzt.

und fügt an ...

Ich möchte anfügen, wie wir gesehen haben auf 62 (Grössenordnungen).

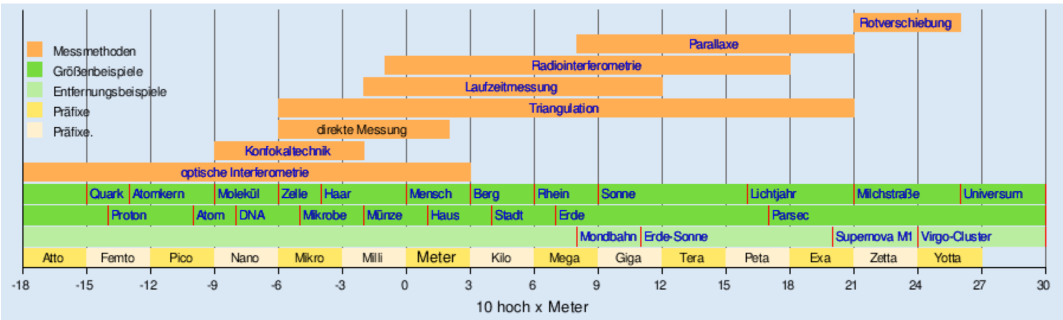
Messen der Länge

Übersicht

Im täglichen Leben werden Längenmessgeräte verwendet hauptsächlich zur Messung von ...

- Werkstücken oder von
- Entfernungen

Die folgende Abbildung (Link) gibt eine Übersicht für die vorkommenden Grössen und gängigen Messmethoden ...



Auf den folgenden Seiten sind einige gängige Messgeräte zur direkten Messung aufgelistet. Die Genauigkeit dieser Messgeräte hängt sowohl vom Typ als auch von der Fertigung ab. Auf die anderen Messmethoden wird in anderen Kapiteln dieser Vortragsreihe eingegangen.

Lineal, Massstäbe

Ein **Lineal** (Massstab) ist ein Hilfsmittel ...

- zum Zeichnen von geraden Linien bzw. Strecken und
- zum Messen von Streckenlängen (wobei ein oder mehrere Skalen eingetragen sind)

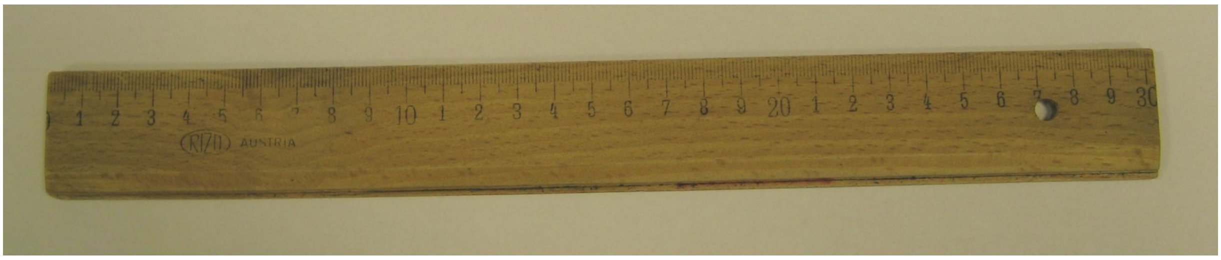


Abbildung Holzlineal mit Skala

Abbildung Gliedermasstab (Zollstock, Meterstab, Doppelmeter)

Im Schulbereich wird häufig das **Geodreieck** eingesetzt, dass zusätzlich zum Zeichnen/Messen von Streckenlängen auch das Zeichnen/Messen von Winkeln und parallelen Geraden erlaubt.

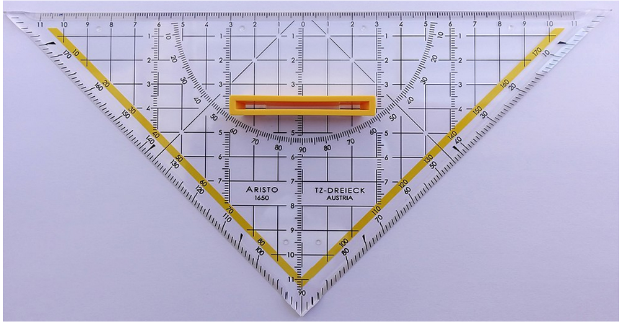
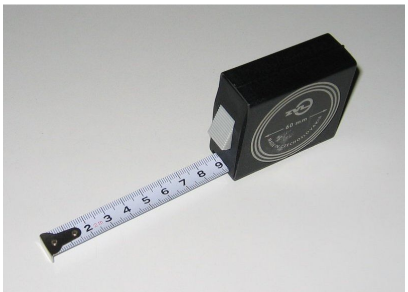


Abbildung Geodreieck (Link)

Massband

Mit Hilfe von Massbändern lassen sich kurze Distanzen mit mm-Genauigkeit messen. Heutzutage werden sie im professionellen Bereich zunehmend durch Laser-Distanzmessgeräte ersetzt.

Typische Vertreter sind (Link) ...



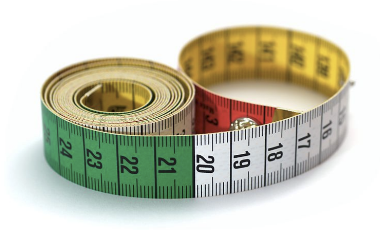


Abbildung Rollmassband Massband

Parallelendmasse

Endmasse sind Blöcke bis 1500 mm Länge zum Prüfen und Kalibrieren von Messgeräten und Prüfmitteln. Sie verkörpern eine bestimmte Länge mit einer hohen Genauigkeit. Endmasse gibt es in verschiedenen Formen, beispielsweise als ...

- Parallelendmass
- Winkelendmass
- Kugelendmass
- Zylinderendmass

Durch Zusammenschieben von verschiedenen Endmassen lassen sich beliebige Längen und Winkel erreichen. Die Körper sollten nicht zu lange aneinander bleiben, da die Gefahr des Kaltverschweissens besteht.

Abbildung 122-teiliger Satz von Parallelendmassen (Link)

Schiebelehre (Messschieber) und Nonius Ablesung

Die Schiebelehre (bzw. Messschieber oder Kaliber) dient zum Messen von Innen- oder Aussendurchmesser. Er kommt mit verschiedenen Anzeigen vor: Nonius Anzeige, Digitale Anzeige oder mit einer Rundskala (Link).

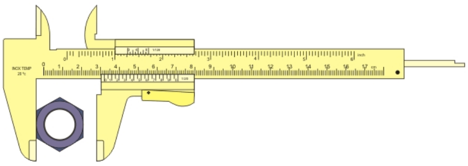


Abbildung Schiebelehre mit Nonius Anzeige

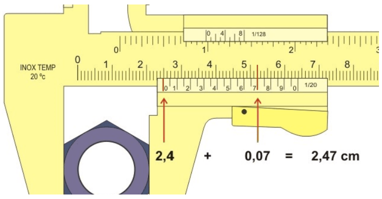


Abbildung Erläuterung zur Nonius Ablesung

Der **Nonius** ist eine bewegliche Längenskala, um die Ablesegenauigkeit bei Messgeräten für Längen oder Winkel zu verbessern.

Dabei macht man sich die Tatsache zunutze, dass das menschliche Auge gut feststellen kann, ob zwei Linien genau aufeinander passen. Bei diesem Verfahren gibt es immer genau einen Strich auf der Nonius Skala, der dem Strich auf der Hauptskala gegenüberliegt.

Dieses Verfahren funktioniert folgendermassen ...

- Wir haben eine fixe Hauptskala und eine bewegliche Noniusskala.
- Auf der Hauptskala sei der Strichabstand gleich Δ.
- Auf der Noniusskala sei der Strichabstand gleich $\Delta - \frac{1}{10}\Delta$.
- Wenn der Strich 0 (ganz links) der Noniusskala mit einem Strich auf der Hauptskala zusammentrifft, haben wir den Wert, der auf der Hauptskala angezeigt wird.
- Wenn wir die Noniusskala um $\frac{1}{10}\Delta$ verschieben, wird Strich 1 der Noniusskala mit einem Strich auf der Hauptskala zusammentreffen.
- Wenn wir die Noniusskala um $\frac{2}{10}\Delta$ verschieben, wird Strich 2 der Noniusskala mit einem Strich auf der Hauptskala zusammentreffen.
- Und so weiter.
- Wir können somit zuverlässig Verschiebungen um $\frac{1}{10}\Delta$ feststellen.
- Neben der hier besprochenen 10-er Teilung, kann man die Noniusskala auch strecken (wie in der Abbildung oben mit der 20-er Teilung) und die Differenz der Strichabstände auf der Noniusskala und der Hauptskala verkleinern ($\Delta - \frac{1}{20}\Delta$, $\Delta - \frac{1}{40}\Delta$ ...) und die Messgenauigkeit dementsprechend erhöhen.

Die Funktionsweise ist auch auf Wikipedia erklärt (Link).

Messschrauben und Messuhren

Dies ist eine Bügelmessschraube

Die gemessene Länge ist in diesem Beispiel 1.64 mm.

Abbildung Bügelmessschraube (Link)

Fläche (Quadratmeter) und Volumen (Kubikmeter)

Fläche

SI

Die Einheit für die (ebene) Fläche, auf einer Kugeloberfläche oder auch einer allgemeineren Oberfläche im Raum steht in Beziehung zur Längeneinheit.

Die SI-Einheit der Fläche ist Quadratmeter (m^2). Es gilt ...

$1\ m^2$ (Quadratmeter) $= 10^{-6}\ km^2$
$= 10^2\ dm^2 = 10^4\ cm^2 = 10^6\ mm^2$

(Gebräuchliche) SI-fremde Flächeneinheiten

Für Flächen von Grundstücken/Land

1 **Ar** (ar)	= 100 m^2	= $10^2\ m^2$
1 **Hektar** (ha)	= 100 ar	= $10^4\ m^2$
1 Quadratkilometer (1 km^2)		= $10^6\ m^2$

Eine in Liechtenstein gebräuchliche Flächeneinheit für “Böda” war das Klafter (Link, Link) ...

1 **Klafter** $= 3.596652\ m^2 \approx 3.6\ m^2 \approx 1.9\ m * 1.9\ m$

Neuerdings werden die Flächenangaben im Grundbuch mit der SI-Einheit Quadratmeter angegeben.

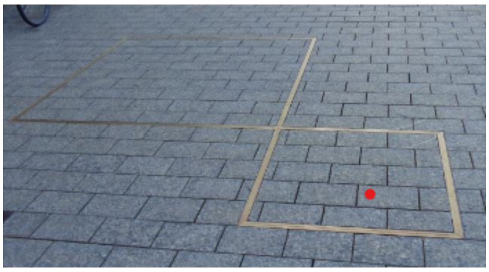


Abbildung Installation Flächenvergleich Klafter/Quadratmeter vor dem Liechtenstein-Center in Vaduz

US square mile (mi^2), square yard (yd^2), square foot (ft^2), square inch (in^2)
Diese Einheiten lassen sich einfach durch Quadrieren der mi, yd, ft und inch bestimmen.

Messen der Fläche

Ebene Flächen

Rechteck

Die Fläche A eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b ist gleich ...

$$A = a\,b\,.$$

Zur Bestimmung der Fläche müssen wir nur die beiden Seitenlängen messen.

Kreis

Ähnlich einfach ist die Formel für die Fläche eines Kreises mit Radius r. Die Fläche beträgt ...

$$A = \pi\,r^2$$

Zur Bestimmung der Fläche müssen wir somit den Radius oder den Durchmesser d ($d = 2\,r$) messen.

Kompliziertere Flächen - Messen

Hier wird es komplizierter.

Die Flächen von Figuren können mit Hilfe eines **Planimeters** (Link) gemessen werden.

Abbildung Polarplanimeter

Kompliziertere Flächen - Berechnen

Wenn der Rand der Figur mit Funktionen beschrieben werden kann, dann kann auch mit Hilfe der **Integralrechnung** die Fläche bestimmt werden.

Gekrümmte Flächen

Eine einfache gekrümmte Fläche ist die Kugeloberfläche. Die Oberfläche der Kugel berechnet sich zu ...

$$A = 4\,\pi\,r^2$$

Kompliziertere Oberflächen im Raum können vor allem mit Hilfe der Integralrechnung bestimmt werden.

Volumen

SI

Die Einheit für das Volumen eines Körpers im Raum steht auch in Beziehung zur Längeneinheit.

Die SI-Einheit des Volumen ist der Kubikmeter (m^3). Es gilt ...

$$1\,m^3 \text{ (Kubikmeter)} = 10^{-9}\,km^3 = 10^3\,dm^3 = 10^6\,cm^3 = 10^9\,mm^3$$

denn: $10^9\,mm^3 = 10^9 * (10^{-3}\,m)^3 = 10^9 * (10^{-3})^3\,m^3 \overset{\text{Potenzgesetz}}{=} 10^9 * 10^{-9}\,m^3 = 1\,m^3$

Eine wichtige Einheit ist auch der Liter. Für ihn gilt ...

1 **Liter** (l, L) = $1\,dm^3$

1 Milliliter (ml) = $1\,cm^3$

(Gebräuchliche) SI-fremde Volumeneinheiten

Das **Klafter** ist auch ein Längen- und Raummass. Besonders als Raummass für Brennholz ist es noch in Gebrauch. Ein Klafter Holz sind heute drei Ster, also drei Kubikmeter. Das Längenmass Klafter entspricht ursprünglich den seitwärts ausgestreckten Armen eines Mannes. Mit Einführung des metrischen Systems 1835 wurde es als eine Länge von 1,8 bis 2 Meter definiert.

- 1 Klafter (Holz) = 3 Ster = 3 m^3

US und Imperial

- 1 register ton = 100 ft^3 ≈ 2.832 m^3 Schiffahrt

US

- cubic yard (yd^3), cubic foot (ft^3), cubic inch (in^3)
  Diese Einheiten lassen sich einfach durch Potenzieren der Längeneinheiten yd, ft und in bestimmen.
- 1 US liquid gallon (US gal) ≈ 3.785 l
  1 US dry gallon ≈ 4.405 l
  1 bushel = 8 US dry gallons ≈ 35.239 l
- $1 = \frac{16\,\text{fl oz}}{\text{pint}} = \frac{2\,\text{pint}}{\text{quart}} = \frac{8\,\text{pint}}{\text{gallon}}$ 1 fluid ounce (fl oz) ≈ 29.57 ml
  gallon = 8 pint = 16 quart $\overset{*16}{=}$ 256 fl oz

Imperial

- 1 gallon (imp gal) ≈ 4.546 l
- 1 bushel (bsh,bu) = 8 imp gal ≈ 36.369 l
- $1 = \frac{20\,\text{fl oz}}{\text{pint}} = \frac{2\,\text{pint}}{\text{quart}} = \frac{8\,\text{pint}}{\text{gallon}}$ 1 fluid ounce (fl oz) ≈ 28.41 ml
  gallon = 8 pint = 16 quart $\overset{*20}{=}$ 320 fl oz

Messen des Volumens

Einfache Gefässe

Einfache Gefässe können mittels Längenmessungen und Formeln bestimmt werden wie beispielsweise ...

- Quader — $V = a\,b\,c$ — $a,\ b,\ c$ — die Seitenlängen des Quaders
- Zylinder — $V = \pi\, r^2\, h$ — $r,\ h$ — Radius und Höhe des Zylinders
- Kugel — $V = \frac{4\pi}{3}\, r^3$ — r — Radius der Kugel

Kompliziertere Gefässe

Bei komplizierteren Gefässen kann das Volumen beispielsweise bestimmt werden mittels ...

- eines Überlaufgefässes
- einer Auftriebsmessung in einer Flüssigkeit bekannter Dichte (s. später)
- mittels Integralrechnung, wenn die Form des Körpers mathematisch beschrieben werden kann.

Basisgrösse Masse (Kilogramm)

Definition

Masse ist eine Grösse (neben der Länge, der Fläche und dem Volumen), die im Handel eine wichtige Rolle spielt.

Das Kilogramm (gemäss Meterkonvention) war von 1889 bis 2019 einfach definiert. Es entsprach der Masse des Urkilogramms, das in Sèvres bei Paris aufbewahrt wurde. Dieses Artefakt war ein Zylinder von 39 mm Höhe und 39 mm Durchmesser aus einer Legierung von 90 % Platin und 10 % Iridium.

Diese Definition war unbefriedigend, da sich die Masse des Urkilogramms sowie der an die verschiedenen Länder verteilten Kopien mit der Zeit veränderten.

Abbildung Replik des Urkilogramms unter zwei Glasglocken.

Mit der Festlegung für die Sekunde und den Meter ist das Kilogramm nun über die Planck-Konstante definiert. Seit 2019 gilt die folgende Definition für das Kilogramm (Link) ...

$$\boxed{1\,\text{kg} = \left(\frac{\text{h}}{6.626070 \times 10^{-34}}\right) \text{m}^{-2}\,\text{s} \approx 1.4755214 * 10^{40} * \frac{h\,\Delta\nu_{Cs}}{c^2}}$$

Das Kilogramm ist aus historischen Gründen die einzige Basiseinheit mit einem Vorsatz (Kilo).

- 1 Kilogramm (kg) = 10^3 Gramm (g) = 10^6 Milligramm (mg) = 10^9 Mikrogramm (μg)
- Man verwendet nicht einen zusätzlichen Vorsatz wie MilliKilogramm (mkg) für die Einheit Gramm.

Gebräuchliche SI-fremde Masseneinheiten

- 1 Tonne (t) =1000 kg
- 1 Karat (Kt) = 0.2 g — bei Edelsteinen und Perlen
- 1 Karat (Kt) — für Gold: 1 Karat bedeutet, dass $\frac{1}{24}$ des Materials aus Gold besteht. 24 Kt bedeuten reines Gold.

Im cgs-System (Centimeter, Gramm, Sekunde) ist die Basiseinheit der Masse das Gramm.

Wichtige UK- und US-Masseeinheiten sind ...

ounce, pound, short ton und long ton

Es gelten die folgenden Werte ...

■ 1 ounce (troy oz)	zirka	31.10 g	
■ 1 ounce (avdp oz)	zirka	28.35 g	
■ 1 pound (avdp lb) = 16 avdp oz		453.59237 g	exakt
■ 1 short ton = 2000 lb	zirka	0.9071 t	US
■ 1 long ton = 2240 lb	zirka	1.016 t	UK

Die short ton in US, die long ton in UK und die metrische Tonne (1 t = 1000 kg) in Europa haben alle unterschiedliche Massen. Dies kann sehr schnell zu Missverständnissen führen.

Von der Neutrinomasse bis zur Masse des gesamten beobachtbaren Universums

Typische Beispiele (siehe auch Link) ...

Masse in kg	andere Einheit	Beispiel
0		Photon
$< 2.14 * 10^{-37}$		Neutrinos
$0.91 * 10^{-30}$		Elektron
$1.67 * 10^{-27}$		Proton
$0.6 * 10^{-18}$		Influenza Virus
$90 * 10^{-15}$		Menschliches rotes Blutkörperchen
$4 * 10^{-12}$		Birken Pollenkorn
$2.2 * 10^{-8}$	$1.3 * 10^{19}$ yr	**Planck-Masse**: $m_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{h\,c}{2\,\pi\,G}}$
$10 * 10^{-6}$	10 mg	Waldameise
$3 * 10^{-3}$	3 g	Zuckerwürfel
1	-	1 Liter Wasser
$1.7 * 10^{3}$	1.7 t	Mittelklasse Auto
$2.9 * 10^{6}$	-	Saturn Rakete
$5 * 10^{9}$	-	Cheops Pyramide
$10 * 10^{15}$	-	Marsmond Phobos
$5.97 * 10^{24}$	-	Erde
1.90×10^{27}	$317.8\ m_{\text{Erde}}$	Jupiter
2.00×10^{30}	$333\,000\ m_{\text{Erde}}$	Sonne
8.6×10^{36}	$333\,000\ m_{\text{Erde}}$	Sagittarius A^* (Schwarzes Loch im Zentrum der Milchstrasse)
10^{53}	-	Beobachtbares Universum

Die Masseeinheiten spannen auch einen sehr grossen Bereich.

Messen der Masse

Zum Messen der Masse gibt es im Alltag zwei wichtige Instrumente ...

- die Balkenwaage und
- die Federwaage

Balkenwaage (Drehmomentgleichgewicht)

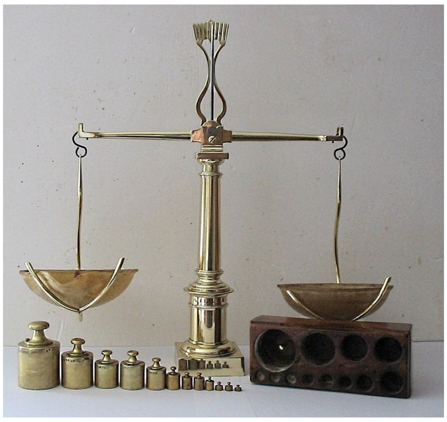


Abbildung Balkenwaage (Link)

Bei der Balkenwaage wird mit dem Auflegen entsprechender geeichter Gewichte dafür gesorgt, dass der Balken horizontal zu liegen kommt. Das heisst, wir haben ein Drehmomentgleichgewicht ...

$$\text{Gewicht}_{\text{links}} * \text{Hebelarm}_{\text{links}} = \text{Gewicht}_{\text{rechts}} * \text{Hebelarm}_{\text{rechts}}$$

und mit Hilfe der Formel für das Gewicht F_G ...

$$F_G = m\,g \qquad g \approx 9.81\ \text{m}/\text{s}^2 \qquad \text{Erdbeschleunigung}$$

erhalten wir für die Masse des Wägeguts ...

$$m_{\text{links}} * g * \text{Hebelarm}_{\text{links}} = m_{\text{rechts}} * g * \text{Hebelarm}_{\text{rechts}}$$

$$m_{\text{rechts}} = m_{\text{links}} * \frac{\text{Hebelarm}_{\text{links}}}{\text{Hebelarm}_{\text{rechts}}}$$

Federwaage (Federkraft)

Abbildung: Diverse Federwaagen (Link)

Bei einer Federwaage wird die Tatsache ausgenutzt, dass das an der Feder aufgehängte Gewicht F_G für nicht allzu grosse Kräfte zu einer linearen Auslenkung der Feder führt.

$F_{\text{Feder}} = k\,s$	Die Auslenkung s ist propotional zur Kraft F auf die Feder.	k ist die Federkonstante.
$F_{\text{Gewicht}} = m\,g$	$g \approx 9.81\,\text{m}/\text{s}^2$	Erdbeschleunigung

Gleichsetzen von F_{Feder} und F_{Gewicht} führt auf ...

$$m = \frac{k\,s}{g}$$

Ebener Winkel und Raumwinkel

Ebener Winkel

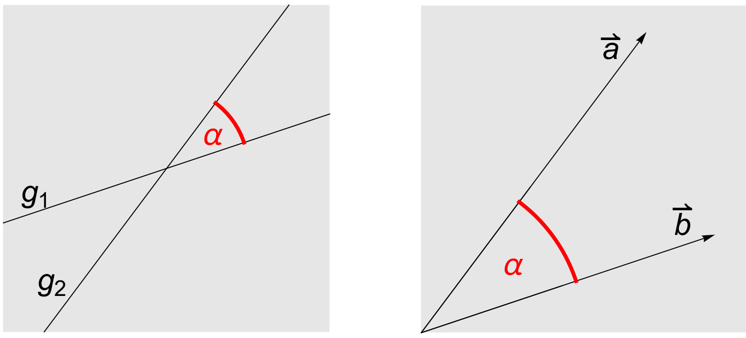


Abbildung Winkel α zwischen zwei Geraden g_1, g_2 und zwischen zwei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Winkel können in verschiedenen Einheiten angegeben werden. Wir werden im folgenden die Einheiten Radiant, Grad, Gon und Anzahl Umdrehungen kurz besprechen.

Grad (Altgrad, DEG im TR)

Bei der Einheit **Grad** (Einheitenzeichen Grad bzw. °) wird der Vollwinkel in 360 Grad eingeteilt.

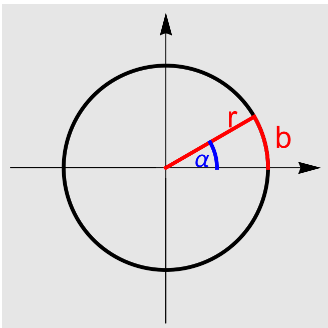
Ein Grad kann weiters in 60 Winkelminuten und eine Winkelminute wiederum in 60 Winkelsekunden eingeteilt werden ...

$1° = 60'$ und $1' = 60''$ oder $1° = 60' = 3600''$

So gilt beispielweise: $5.78° = 5°46'48''$ und $3°24' = 3.4°$

Radiant (rad, RAD im TR)

Bei der Einheit **Radiant** (Einheitenzeichen **rad**) wird die Grösse eines ebenen Winkels als Verhältnis von Bogenlänge eines Kreises zum Radius dieses Kreises angegeben.



$$\alpha = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Radius}} = \frac{b}{r}$$

Abbildung Die Definition der Einheit Radiant

Für einen Vollwinkel (360 °) gilt ...

$$\alpha = \frac{\text{Umfang des Kreises}}{\text{Radius}} = \frac{2\,\pi\,r}{r} = 2\,\pi = 2\,\pi\,\mathbf{rad}$$

Der Winkel hat im SI- System die Einheit $\frac{\text{Meter}}{\text{Meter}}$, ist also dimensionslos und somit eine reine Zahl. Zur Verdeutlichung, dass es sich jedoch bei der Grösse α um einen Winkel handelt, kann (muss aber nicht) das Einheitenzeichen rad angefügt werden.

Vollwinkel = 360 ° = 2 π rad

In der Differentialrechnung wird in der Regel die Einheit Radiant verwendet, da dann die Ableitungsfunktionen des Sinus und Cosinus die einfachste Form annehmen. Zum Beispiel gilt Sin[x]' = Cos[x].

Gon (Neugrad, GRAD im TR)

Bei der Einheit **Gon** (Einheitenzeichen **gon**) wird der Vollwinkel in 400 gon eingeteilt. Gon wird praktisch nur noch im Vermessungswesen eingesetzt.

Gebraucht werden noch die Einheiten Zentigon (cgon) und Milligon (mgon).

So gilt beispielsweise für ein **Milligon**: 1 mgon = 10^{-3} gon = 10^{-3} gon $\frac{360\,°}{400\,\text{gon}}$ = 3.24''

Ein **Zentigon** (1 cgon = 32.4'') entspricht ungefähr der Auflösung des menschlichen Auges.

Die früher statt Gon verwendete Bezeichnung Neugrad, sowie die Unterteilungen in Neuminute (100^c = 1 gon, d.h. eine Neuminute entspricht einem Zentigon) und Neusekunde (100^{cc} = 1^c) sind nicht mehr zulässig.

Umdrehung

Ein Winkel kann auch mit Hilfe der Anzahl Umdrehungen spezifiziert werden. Eine Umdrehung entspricht einem Vollwinkel.

Zusammenfassung der Winkeleinheiten

Wir können einen Winkel in verschiedenen Einheiten darstellen. Deren Zusammenhang kann sehr übersichtlich mit folgender Tabelle für einen Vollwinkel dargestellt werden.

Vollwinkel = 360 ° = 2 π rad = 400 gon ≙ 1 Umdrehung

Es folgt somit die folgende Tabelle für einige spezielle Winkel ...

Winkel	α/°	α/rad	α/gon	α/U
Nullwinkel	0	0	0	0
Rechter Winkel	90	π/2	100	1/4
Gestreckter Winkel	180	π	200	1/2
-----	270	3π/2	300	3/4
Vollwinkel	360	2π	400	1

Für alle Winkel φ gilt: Sin[φ]^2 + Cos[φ]^2 = 1 trigonometrischer Pythagoras

Tan[φ] = $\frac{\text{Sin}[\varphi]}{\text{Cos}[\varphi]}$

Orientierte Winkel

In den meisten Fällen sind die Winkel positive Grössen. Es gibt aber auch Situationen, in denen die Winkel ein Vorzeichen haben. Man spricht dann von **orientierten Winkeln**.

In einem kartesischen Koordinatensystem wird der orientierte (oder absolute) Winkel eines Ortsvektors oder Punktes auf die horizontale Achse (Abszisse, x-Achse) bezogen und gegen den Uhrzeigersinn gemessen.

Bei einem frei verschiebbaren Vektor wird der Winkel auf eine Parallele zur x-Achse bezogen.

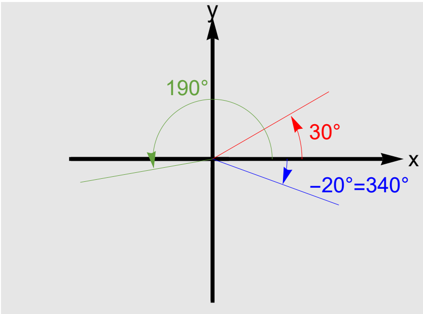
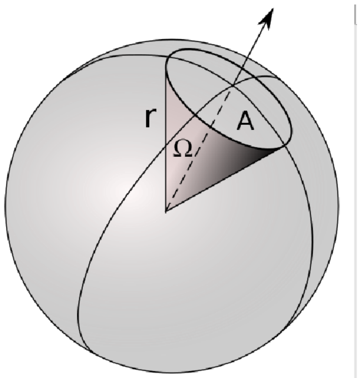


Abbildung Orientierte Winkel im kartesischen Koordinatensystem

Raumwinkel und Steradiant

Auch im Raum kann ein Winkel, der sogenannte **Raumwinkel**, definiert werden.

Der Raumwinkel Ω einer beliebigen Fläche A entspricht dem Quotienten von der auf eine Kugeloberfläche projizierten Fläche (dies ist eine gekrümmte Fläche) und dem Quadrat des Kugelradius (d.h. r^2). Der Wert des Raumwinkels hängt vom Betrachtungspunkt, dem Mittelpunkt der Kugel, ab.



$$\Omega = \frac{\text{Auf Kugeloberfläche projizierte Fläche}}{\text{Kugelradius}^2}$$

Abbildung Raumwinkel Ω (Quelle)

Der Raumwinkel ist eine dimensionslose Grösse, sie wird jedoch zur Präzisierung mit Steradiant (sr) bezeichnet. Der volle Raumwinkel beträgt 4 π sr, denn ...

$$\Omega = \frac{\text{Kugeloberfläche}}{r^2} = \frac{4\,\pi\,r^2}{r^2} = 4\,\pi = 4\,\pi\ \mathbf{sr}$$

Bemerkung: Die Definition des Raumwinkels (in sr) ist ähnlich zur Definition des ebenen Winkels (in rad). Beides sind dimensionslose Grössen.

Weitere mechanische Grössen

Neben den besprochenen Grössen aus der Mechanik ...

- Länge, Fläche, Volumen, Masse, Zeit, Winkel

spielen auch die folgenden Grössen in der Mechanik eine wichtige Rolle ...

- Geschwindigkeit, Beschleunigung, Impuls, Kraft, Energie, Arbeit, Leistung
- Frequenz, Periodendauer, Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung,
- Dichte, Trägheitsmoment, Drehmoment, Drehimpuls,
- Oberflächenspannung, mechanische Spannung, dynamische und kinematische Viskosität.

Eine entsprechende Zusammenstellung kann in der "Merkhilfe Physik" auf Seite 46/47 gefunden werden.

Weitere physikalische Grössen aus der Akustik, Optik, Elektrizitätslehre, Wärmelehre ... werden dann in den entsprechenden Vorträgen und Skripten behandelt.

Gleichungen in der Physik

Einleitung

Physikalische Gleichungen / Gesetzmässigkeiten / Formeln sind mathematische Verknüpfungen zwischen physikalischen Grössen.

Es gibt drei Arten von Gleichungen zu unterscheiden ...

- Grössengleichungen
- zugeschnittene Grössengleichungen
- Zahlenwertgleichungen

Grössengleichungen

Grössengleichungen stellen Beziehungen zwischen den Formelzeichen der verschiedenen physikalischen Grössen dar.

Grundsätzlich sollten nur Grössengleichungen verwendet werden, denn sie sind **unabhängig** von den verwendeten Einheiten. Es können bei Berechnungen alle Einheiten verwendet werden (wenn dann am Schluss richtig gekürzt bzw. ineinander umgewandelt wird).

Wir gehen von folgender Grössengleichung aus ...

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m_e}}} \qquad \text{Grössengleichung}$$

mit Masse des Elektrons: $m_e = 9.1093837139 * 10^{-31}$ kg
Ladung des Elektrons: $e = 1.602176634 * 10^{-19}$ C   C = Coulomb

Hier ist das Formelzeichen v die Endgeschwindigkeit, die ein Elektron in einem Linearbeschleuniger mit der Spannung U erreicht. Diese Formel folgt aus der Energieerhaltung, wenn die aufgewendete Arbeit W ($W = e\,U$) in Bewegungsenergie E_{kin} ($E_{kin} = \frac{1}{2}\,m\,v^2$) umgewandelt wird.

Wir können die konstanten Werte für die Masse und die Ladung des Elektrons einsetzen und erhalten ...

$$v = \sqrt{\frac{2 * 1.602176634 * 10^{-19}\,\mathrm{C} * \mathrm{U}}{9.1093837139 * 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} \approx 593\,097\,\sqrt{\frac{\mathrm{C}\,U}{\mathrm{kg}}}$$

Die Berechnung von v bei einer Spannung von beispielsweise 8 kV ergibt ...

$$v = 593\,097\,\sqrt{\frac{\mathrm{C}\,8000 * \mathrm{V}}{\mathrm{kg}}} = \mathbf{5.30482 \times 10^{7}}\,\sqrt{\frac{\mathbf{C * V}}{\mathbf{kg}}}$$

Was ist aber $\sqrt{\frac{C * V}{kg}}$ für eine Einheit?

Wir könnten nun in den Tabellen nachschauen und alles auf die Basiseinheiten zurückführen.

- $C = A\ s$ Coulomb = Amperesekunde
- $V = \frac{kg * m^2}{s^3 * A}$ das weiss man kaum auswendig

Somit ergibt sich nun ...

$$\sqrt{\frac{C * V}{kg}} = \sqrt{\frac{A * s \frac{kg * m^2}{s^3 * A}}{kg}} \overset{\text{kürzen}}{=} \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{m}{s}$$

Diese Vorgehensweise ist recht mühsam. Zum Glück gibt es eine einfachere Alternative und dies ist der grosse Vorteil der SI-Einheiten. Wenn alle physikalischen Grössen in einem Ausdruck in SI-Einheiten eingegeben werden, dann ist auch die Einheit des Ergebnisses eine SI-Einheit (da alle abgeleiteten SI-Einheiten den numerischen Faktor 1 enthalten). Die in unserem Fall resultierende Geschwindigkeit hat die Einheit $\frac{m}{s}$. Wir müssen deshalb nur die Zahlenwerte unter der Wurzel miteinander multiplizieren. Die Einheit ist klar.

$$v = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 * 1.602176634 * 10^{-19}\ C * 8000\ V}{9.1093837139 * 10^{-31}\ kg}} \overset{\textbf{da SI-Einheiten}}{=} = \mathbf{5.30482 \times 10^7\ \frac{m}{s}}$$

Viele weitere Beispiele für Grössengleichungen können in der Physik Merkhilfe (Marxer, 2019) gefunden werden.

Zugeschnittene Grössengleichungen

Wenn häufig mit derselben Gleichung gerechnet werden muss und/oder diese Konstanten oder Materialwerte enthält, ist es zweckmässig, die Einheiten zusammenzufassen und die vorkommenden Konstanten und Materialwerte bereits einzusetzen.

Unser Ziel ist es nun, die Gleichung so umzuformen, dass die Spannung in kV eingegeben und die Geschwindigkeit in km/s ausgegeben wird.

Wir gehen folgendermassen vor ...

- Wir teilen alle vorkommenden Grössen durch ihre SI-Einheiten ...

$$\frac{v}{m/s} = \sqrt{\frac{2 * \frac{e}{C} * \frac{U}{V}}{\frac{m_e}{kg}}}$$

- und setzen die bekannten Werte ein ...

$$\frac{v}{m/s} = \sqrt{\frac{2 * \frac{1.602176634 * 10^{-19}\ C}{C}\ \frac{U}{V}}{\frac{9.1093837139 * 10^{-31}\ kg}{kg}}}$$

- Wir kürzen C und kg und berechnen die Zahlenwerte ...

$$\frac{v}{m/s} = \sqrt{\frac{2 * 1.602176634 * 10^{-19}\ \frac{U}{V}}{9.1093837139 * 10^{-31}}} = 593\,097.\ \sqrt{\frac{U}{V}}$$

- Wir wandeln m/s in km/s und V in kV um ...

$$\frac{v}{10^{-3}\,\text{km}/\text{s}} = 593\,097\,\sqrt{\frac{U}{10^{-3}\,\text{kV}}}$$

$$v = 593\,097\,\sqrt{\frac{U}{10^{-3}\,\text{kV}}}\;10^{-3}\,\text{km}/\text{s} = \boxed{18\,755.4\,\sqrt{\frac{U}{\text{kV}}}\;\text{km}/s}$$

Dies ist nun die **zugeschnittene Gleichung**, in der die Spannung in kV eingegeben werden kann und das Ergebnis direkt in km/s erscheint.

Einsetzen von $U = 8\,\text{kV}$ gibt das korrekte Resultat (wie oben) ...

$$v = 18\,755.4\,\sqrt{\frac{8\,\text{kV}}{\text{kV}}}\;\text{km}/s = \mathbf{53\,048.2\,\frac{km}{s}}$$

Tabellen

Hier soll nun am Beispiel gezeigt werden, wie solche zugeschnittenen Gleichungen in einer Tabelle oder einer
graphischen Darstellung für verschiedene Spannungswerte verwendet werden können.

Es gilt: $v\,/(\text{km}/s) = 18\,755.4\,\sqrt{\frac{U}{\mathbf{kV}}}$

- Das Argument *U*/kV wird in der Kopfzeile in der ersten Spalte der Tabelle eingetragen.
- Das Ergebnis v/(km/s) wird in der Kopfzeile in der zweiten Spalte der Tabelle eingetragen.
- In die folgenden Zeilen werden die verwendeten Argumente und Ergebnisse eingetragen, jeweils **ohne Einheiten**!
- Dies spart Platz und Schreibarbeit!

U / kV	*v* / (km/s)
4	37 510.8
8	53 048.3
12	64 970.6

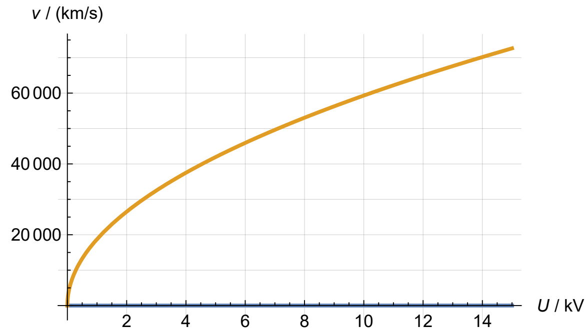
Wir lesen dies folgendermassen (für die erste Zeile nach der Kopfzeile) ...

- $U\,/\,\text{kV} = 4$ → $U = 4\,\text{kV}$
- $v\,/\,(\text{km}/s) = 37\,510.8$ → $v = 37\,510.8\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$

Viele weitere Beispiele für Tabellenbeschriftungen stehen auch im Anhang des Buchs von Horst Kuchling bei den Tabellen ab Seite 617.

Koordinatenachsen

Analog kann diese zugeschnittene Gleichung auch bei der Beschriftung der Koordinatenachsen und der Berechnung der Kurve eingesetzt werden ...



Wenn die Achsen so beschriftet sind, müssen entlang der Achsen nur noch die Zahlenwerte eingetragen werden.

Zahlenwertgleichungen

> In **Zahlenwertgleichungen** verkörpern die Formelzeichen nur den Zahlenwert einer physikalischen Grösse. Sie sind nicht generell gültig und sollten nicht verwendet werden.

In Zahlenwertgleichungen kommen nur Zahlenwerte vor. Die obige Grössengleichung ...

$$v \approx 593\,097 \sqrt{\frac{\mathrm{C}\,U}{\mathrm{kg}}}$$

lautet nun so ...

$$v \approx 593\,097 \sqrt{U} \qquad v \text{ und } U \text{ nur Zahlenwerte}$$

Diese Gleichung stimmt nur dann, wenn wir die Spannung in V eingeben und für das Ergebnis die Einheit m/s verwenden (also eigentlich eine zugeschnittene Gleichung verwenden). Wir müssen aber wissen, welche Einheiten benutzt werden sollten. Diese Information ist jedoch in der Gleichung nicht enthalten, muss also separat ausgewiesen werden.

> In der Physik hat eine physikalische Grösse einen Zahlenwert UND eine Einheit.

Zahlenwertgleichungen sind jedoch korrekt, wenn für alle Formelzeichen SI-Einheiten benutzt werden. In Computerprogrammen kann es nützlich sein, ohne Einheiten zu rechnen. Man muss jedoch wissen, dass der einzugebende/resultierende Zahlenwert und die dazugehörende Einheit aufeinander abgestimmt sind (vgl. Absturz des Mars Climate Orbiters). Zahlenwertgleichungen bergen Gefahren bei einer Zusammenarbeit. Es ist unbedingt notwendig, eine Dokumentation zu erstellen und sie auch zu beachten.

Notation

Physiker und Physikerinnen möchten ihre Formeln übersichtlicher gestalten und unnötige Schreibarbeit vermeiden. In den verschiedenen Gebieten (insbesondere in der theoretischen Physik) hat dies zu speziellen Notationen geführt. Man wundert sich bei diesen Formeln, wenn man die entsprechende Notation nicht kennt. Einige Beispiele.

$c = 1$

In der theoretischen Physik wird oft geschrieben ...

$c = 1$ — c ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

Wir alle wissen mittlerweile, dass diese Gleichung nicht richtig sein kann. In einer Gleichung muss auf beiden Seiten die gleiche Dimension stehen. Dies stimmt hier nicht. Links steht eine Länge/Zeit, rechts aber eine reine Zahl.

Wie geht man vor mit der Angabe $c = 1$?

- In den Formeln streichen wir das c heraus. Dies vereinfacht die Darstellung.
- Dann führen wir die Berechnungen durch. Wir haben weniger Schreibarbeit.
- Am Schluss fügen wir überall das c wieder ein und zwar so, dass überall die Dimensionen wieder stimmen.

Beispiel 1

Im Skript zur SRT und ART (Link) wurde die folgende Umformung diskutiert ...

$$x'' \overset{\text{LT}}{=} \frac{x' - u\,t'}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \overset{\text{LT}}{=} \frac{\frac{x - v\,t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - u\,\frac{\left(t - \frac{v}{c^2}\,x\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \frac{x - v\,t - u\,t + \frac{u\,v}{c^2}\,x}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} * \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \frac{x\left(1 + \frac{u\,v}{c^2}\right) - (v + u)\,t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} * \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

Wir streichen überall das c ...

$$x'' \overset{\text{LT}}{=} \frac{x' - u\,t'}{\sqrt{1 - u^2}} \overset{\text{LT}}{=} \frac{\frac{x - v\,t}{\sqrt{1-v^2}} - u\,\frac{(t - v\,x)}{\sqrt{1-v^2}}}{\sqrt{1 - u^2}} = \frac{x - v\,t - u\,t + u\,v\,x}{\sqrt{1-v^2} * \sqrt{1 - u^2}} = \frac{x\,(1 + u\,v) - (v + u)\,t}{\sqrt{1-v^2} * \sqrt{1 - u^2}}$$

Jetzt fügen wir das c wieder ein, wo es auf Grund der Dimension notwendig ist.

$$x'' = \frac{x\left(1 + \frac{u\,v}{c^2}\right) - (v + u)\,t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} * \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

Wir erhalten das gleiche Ergebnis. Bei diesem Vorgehen passieren jedoch weniger Fehler.

Beispiel 2

Energie E eines Teilchens mit Masse m — $E = \sqrt{\left(m\,c^2\right)^2 + p^2\,c^2} \quad \to \quad E = \sqrt{m^2 + p^2}$

Energie E eines masselosen Teilchens — $E = \sqrt{p^2\,c^2} \quad \to \quad E = p$

Summationszeichen Σ

Sowohl in der Physik als auch in der Mathematik kommen Summen vor wie ...

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

Da sich die einzelnen Terme dieser Summe nur im Index unterscheiden, können wir mithilfe des Summen-zeichens Σ (griechisches S, steht für Summe) vereinfacht schreiben ...

$$\sum_{i=1}^{3} x_i^2$$

Das bedeutet, dass ...

- gemäss $\sum_{i=1}^{3}$ der sogenannte Laufindex i der Reihe nach die Werte ganzen Zahlen von 1 bis 3 annimmt.
- diese drei Werte $i = 1, 2, 3$ der Reihe nach in x_i^2 eingesetzt und dann summiert werden.
- $i = 1$ in x_i^2 ergibt x_1^2
- $i = 2$ in x_i^2 ergibt x_2^2
- $i = 3$ in x_i^2 ergibt x_3^2
- und dann diese Werte summiert werden: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$

Als Beispiel noch zwei konkrete Beispiele ...

- $\sum_{i=1}^{5} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$
- $\sum_{i=4}^{6} (2\, i + 5) = (2 * 4 + 5) + (2 * 5 + 5) + (2 * 6 + 5) = 13 + 15 + 17 = 45$

Einstein Konvention

Noch einfacher schreibt man diese Summen in der Allgemeinen Relativitätstheorie. Wenn zwei gleiche Indizes vorkommen (der eine unten und der andere oben) hat der Ausdruck ...

$$\boxed{x_\mu\, x^\mu}$$

gemäss der sogenannten Einstein Konvention die Bedeutung ...

$$x_0\, x^0 + x_1\, x^1 + x_2\, x^2 + x_3\, x^3$$

Auf den Unterschied zwischen x^0 (kontravarianter Vektor) und x_0 (kovarianter Vektor) können wir hier nicht näher eingehen.

Darstellung physikalischer Grössen in einem Koordinatensystem

Vielfach werden geometrische Figuren, Kräfte, Geschwindigkeiten auf einem karierten Papier dargestellt.

Diese Grössen können wir auf unterschiedliche Arten eintragen bzw. herauslesen. Wir verwenden beispielsweise ...

- die Zahlenwerte gemäss Saklierung des Koordinatensystems
- die Anzahl Häuschen
- die mittels Lineal gemessenen cm, mm, ...

und rechnen dann in die gewünschte “Einheit” um.

Wir haben beispielsweise die folgende Situation ...

1 Häuschen ≙ 20 N ≙ 4 mm ≙ steht für "entspricht"

Analog zur Methode "Multiplikation mit 1" können wir Quotienten bilden ...

$\frac{1\text{ Häuschen}}{20\text{ N}}$ $\frac{1\text{ Häuschen}}{4\text{ mm}}$ $\frac{20\text{ N}}{4\text{ mm}}$ ...

Dieser Bruch ist jedoch keine 1! Die Grössen 1 Häuschen, 20 Newton und 4 mm haben nicht die gleiche Dimension, aber sie erlauben die Umwandlung von einer Einheit in die andere (beispielsweise von den abgelesenen mm in die Einheit Newton).

Mit den obigen Quotienten können wir nun einfach (d.h. ohne viel zu überlegen) zwischen den verschiedenen Grössen umrechnen. Beispiele ...

230 N	→	mm	$230\text{ N} * \frac{4\text{ mm}}{20\text{ N}} = 46\text{ mm}$
22.3 Häuschen	→	N	$22.3\text{ Häuschen} * \frac{20\text{ N}}{1\text{ Häuschen}} = 446\text{ N}$
17.3 mm	→	N	$17.3\text{ mm} * \frac{20\text{ N}}{4\text{ mm}} = 86.5\text{ N}$

Achtung Diese Umrechnung funktioniert ...

- immer für Abstände parallel zur x- oder y-Achse,
- immer, wenn die x- und die y-Achsen die gleiche Einheit und Skalierung haben.

Formelsammlung

In der Merkhilfe (2019, Link) sind die wichtigsten Formeln zusammengefasst, die im Unterricht bis zur Maturität gebraucht werden. Wir werden diese Merkhilfe im Laufe der weiteren Vorträge noch im Detail kennenlernen.

Messen / Statistik / Fehlerrechnung

Die folgenden Ausführungen sind teilweise auch in der “Merkhilfe Physik” enthalten.

Arten von Messfehlern

Wir unterscheiden zwei Arten von Messfehlern ...

- systematische Fehler und
- statistische Fehler.

Bei wiederholter Messung unter gleichen Bedingungen ...

- tritt ein systematischer Fehler in gleichbleibender Grösse und mit gleichem Vorzeichen auf,
- streut ein zufälliger Fehler um einen Mittelwert (die Abweichungen sind unterschiedlich gross und können positiv oder negativ sein).

Statistik

Statistische Grössen bei Messungen

Mittelwert $\overline{x}$ $\qquad \overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$

Standardabweichung der Einzelmessung s_x $\qquad s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$

Bei **Normalverteilung** der Fehler gilt ...

- innerhalb von $\overline{x} \pm s_x$ liegen zirka 68.3%,
- innerhalb von $\overline{x} \pm 2\, s_x$ zirka 95.4%,
- innerhalb von $\overline{x} \pm 3\, s_x$ zirka 99.73% der Messungen.

Darstellung der Ergebnisse und Runden

Das Ergebnis kann in unterschiedlicher Form angegeben werden. Für 68.3% Sicherheit gilt ...

- Angabe des absoluten Fehlers: $x = \overline{x} \pm s_x$
- Angabe des relativem Fehlers: $x = \overline{x} \left(1 \pm \frac{s_x}{\overline{x}}\right)$
- Angabe des Fehlers in Prozentangabe: $x = \overline{x} \left(1 \pm \frac{s_x}{\overline{x}} 100\%\right)$

Fehler sind folgendermassen zu **runden** (Kuchling Seite 616): Ist beim Fehler (von links nach rechts gelesen) die erste Ziffer eine ...

- 1 oder 2, dann ist die nächste Stelle die Rundungsstelle $s_x = 0.02\underline{8}4 \quad \rightarrow \quad s_x = 0.029$
- 3 bis 9, dann ist sie die Rundungsstelle $s_x = 0.0\underline{3}58 \quad \rightarrow \quad s_x = 0.04$

Beim Fehler wird immer aufgerundet.

Die **Ergebniszahl** (gleiche Einheit vorausgesetzt) wird auf die gleiche Stelle wie der Messfehler gemäss den gewohnten Regeln **gerundet**, d.h. ...

- abrunden, wenn die nächste Stelle eine 1 bis 4 ist ...
  $\rightarrow \quad 15.3754 \pm 0.0284 \rightarrow 15.375 \pm 0.029$
- aufrunden, wenn die nächste Stelle eine 5 bis 9 ist ...
  $\rightarrow \quad 15.3758 \pm 0.0284 \rightarrow 15.376 \pm 0.029$

Fehlerfortpflanzung

Wenn wir eine Formel haben wie zum Beispiel ...

$$v = \frac{s}{t}$$

und den Weg s sowie die Zeit t messen, werden beide Grössen mit einer Unsicherheit behaftet sein. Beispielsweise ...

$$s = 5\,\text{m} \pm 0.03\,\text{m} \qquad t = 2\,\text{s} \pm 0.01\,\text{s}$$

Die Geschwindigkeit wird folgendermassen bestimmt ...

$$v = \frac{5\,\text{m}}{2\,\text{s}} = 2.5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Wie gross ist jedoch die Unsicherheit in der Bestimmung von v. Wie hat sich der Fehler/die Unsicherheit der Grössen s, t zu v fortgepflanzt?

Hier gibt es eine einfache Methode ...

Eine Abschätzung für den Maximalfehler Δv wird gewonnen, indem wir die Randwerte nehmen und daraus die maximalen Abweichungen nach oben und nach unten berechnen ...

$$v_{\text{max}} = \frac{5.03}{1.99}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.52764\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad \Delta v = (2.52764 - 2.5)\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.02764\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.028$$

$$v_{\text{min}} = \frac{4.97}{2.01}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.47264\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad \Delta v = (2.47264 - 2.5)\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = -0.0273632\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = -0.028$$

Wir können somit schreiben ...

$$v = 2.500\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 0.028\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zur Bestimmung der maximalen Ablenkung müssen wir für Grössen im Zähler den Wert am oberen Rand und für Grössen im Nenner den Wert am unteren Rand des Fehlerintervalls nehmen.

Achtung: Dieser Maximalfehler ist ein anderes Fehlermass als die oben angegebene Standardabweichung.

Anhang A Einheiten und Einheitensysteme

Einleitung

In diesem Anhang soll kurz auf die historische Entwicklung der Einheiten und Einheitensysteme eingegangen werden. Eine ausführliche Behandlung würde den Rahmen dieses Skripts sprengen. Verschiedene Links sind angegeben, um bestimmte Punkte vertiefen zu können. Insbesondere kann der ausgezeichnete Wikipedia Artikel “History of the metric system” gelesen werden (Link).

Heute haben wir das SI-System, das auf 7 Basisgrössen und 7 Basiseinheiten fusst, und mit dem sich alle physikalischen Grössen darstellen lassen. Diese Basisgrössen und Basiseinheiten sind ...

Länge (Meter), Masse (Kilogramm), Zeit (Sekunde),
Elektrische Stromstärke (Ampère), Thermodynamische Temperatur (Kelvin),
Lichtstärke (Candela), Stoffmenge (Mol)

Einige dieser Basisgrössen und Basiseinheiten wurden erst im Laufe der Zeit relevant ...

- Zeit — mit der Verbesserung der Zeitmessung
1656: Christiaan Huygens erfindet die Pendeluhr
- Elektrische Stromstärke (Link) — mit der Entwicklung der Elektrizitätslehre
insbesondere 1800 (Volta) - 1864 (Maxwell)
- Thermodynamische Temperatur (Link) — mit der Entwicklung der Wärmelehre
insbesondere 1811 (Avogadro) - 1877 (Boltzmann)
- Lichtstärke — mit der Entwicklung der Lichttechnik
- Stoffmenge — mit der Entwicklung der Chemie

Für lange Zeit waren deshalb die im Handel oder bei der Landvermessung wichtigen Grössen nur ...

- die Länge und die auf ihnen basierenden Flächen und Volumina sowie
- die Masse.

Für diese Grössen waren auch einfache Messinstrumente vorhanden.

Interessant ist in diesem Zusammenhang die Wikipedia Seite zur **Geschichte der Masse und Gewichte** (Link).

- *Den frühesten Gewichten und Maßeinheiten lagen die Maße von **Körperteilen** und der **natürlichen Umgebung** zugrunde.*
- *Frühe babylonische und ägyptische Aufzeichnungen sowie Schriften aus der Bibel zeigen, dass die **Länge** zuerst anhand der Maße von Arm, Hand oder Finger gemessen wurde.*
- *Die **Zeit** wurde nach den Umlaufzeiten oder Rotationsperioden von Sonne, Mond und anderen Himmelskörpern eingeteilt.*
- *Wenn man das **Volumen** von Behältern wie Flaschen oder Tonkrügen vergleichen wollte, wurden sie mit Pflanzensamen gefüllt, die anschließend ausgezählt wurden.*
- *Beim **Wiegen** maß man das Gewicht mit Steinen oder Samen. Die Gewichtseinheit Karat, die bis heute für Schmucksteine verwendet wird, wurde vom Samen des Johannisbrotbaums abgeleitet.*

Das Problem war, dass die verwendeten Masse nicht nur von Stadt zu Stadt bzw. von Herrschaftsgebiet zu Herrschaftsgebiet, sondern auch innerhalb eines Herrschaftsgebietes unterschiedlich sein konnten. So gab es beispielsweise im Grossherzogtum Baden in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts 112 Ellenmasse, 92 Flächen- oder Feldmasse, 65 Holzmasse. Dies erschwert natürlich den Handel.

Das erste dezimalmetrische System wurde in Frankreich während der Französichen Revolution im Jahre 1793 eingeführt. Es erfolgte mit dem Anspruch “**Ein Masssystem für alle Zeit, für alle Völker**” zu schaffen. Es brauchte jedoch noch einige Zeit, bis dem metrischen System der Durchbruch gelang. Das metrische System wurde in der Wissenschaft schnell angenommen, im Alltag jedoch nur zögerlich.

Das dezimalmetrische System ist einfacher als die alten Masseinheiten, da sich verschieden grosse Einheitennamen immer um eine Zehnerpotenz voneinander unterscheiden. Es ist sicher viel einfacher umzurechnen zwischen den folgenden Einheiten ...

1 Kilometer = 1000 Meter = 10’000 Dezimeter = 100’000 Centimeter = 1’000’000 Millimeter

als zwischen denen dieses griechischen Masssystems (Link) ...

1 Stadion = 6 Plethren = 60 Massruten = 400 Ellen = 600 Philetairischer Fuss = 720 Italischer Fuss

Wir sehen in der folgenden Zusammenstellung (Link) die benutzten **Ellenmasse** (wobei eine menschliche Elle die Länge des Armes vom Ellbogen bis zur Spitze des Mittelfingers ist) im Kanton Aargau vor der Einführung des Konkordats (1835) ...

- Aarau 1 Elle = 593,87 Millimeter = 263,26 Pariser Linien
- Laufenburg 1 Elle = 597,55 Millimeter = 264,89 Pariser Linien
- Rheinfelden 1 Elle = 548,03 Millimeter = 242,94 Pariser Linien
- Zofingen 1 Elle = 597,39 Millimeter = 264,82 Pariser Linien
- Zurzach 1 Elle = 602,67 Millimeter = 267,16 Pariser Linien

Das erste metrische System war auf Zentimeter, Gramm und Sekunde (**cgs**-System) aufgebaut.

Im Laufe der Zeit entwickelten sich verschiedene vom heutigen SI abweichende Systeme wie ...

- Verschiedene Varianten von **cgs** mit Centimeter, Gramm, Sekunde + Elektromagnetismus **EMU**, **ESU**, **Gauss**: die elektromagnetischen Grössen wurden unterschiedlich integriert. (Link)
- das **MKS**-System mit Meter, Kilogramm, Sekunde
  1939 durch Hinzunahme des Ampère wurde es zum **MKSA**, und 1960 zum SI.
- das **Technische Masssystem** mit Meter, Kilopond, Sekunde (Link)
  Ein Kilopond ist das Gewichts eines Kilogramms: $G = m\,g$
  g wurde fix auf die Normfallbeschleunigung $9.80665\, m/s^2$ festgelegt.
  Die Erdbeschleunigung variiert von Ort zu Ort. Das Kilopond ist deshalb auch ortsabhängig.
- das **MTS**-System mit Meter, Tonne, Sekunde (hat heute keine Bedeutung mehr)
- **Planck** Einheiten (Link)
- US Customary, British Imperial, **FPS** (foot - pound - second)

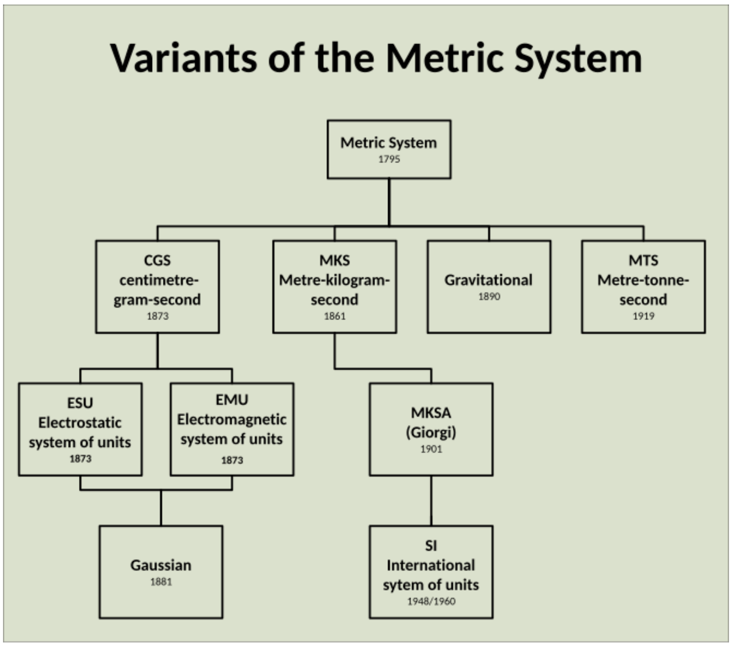


Abbildung Varianten von metrischen Systemen (Link)

Chronologische Entwicklung des metrischen Einheitensystems

Metrische Systeme stützen sich auf das Dezimalsystem und haben Vorsätze, die sich mit Potenzen von 10 unterscheiden.

Im Folgenden werden chronologisch wichtige Stationen der Einheiten und Einheitensystemen aufgelistet.

1669 **Jean Picard**

Jean Picard gelang es als Erstem, die Erde genau zu vermessen (wichtig für die spätere Meterdefinition).

1789 **Viele Einheiten**

Es wird geschätzt, dass die rund 800 Einheiten, die im Jahre 1789 (vor der Revolution) in Frankreich in Gebrauch waren, zirka eine Million verschiedene Definitionen hatten. Dies erschwerte den Handel ungemein und öffnete auch Türen für Betrug.

1789 - 1799 **Französische Revolution**

Die zentrale Idee war, ein “**Ein Masssystem für alle Zeit, für alle Völker**” zu schaffen.
Das dezimalmetrische System wurde eingeführt und 6 Einheiten definiert: Meter, Are, Ster, Liter, Gramm, Franc. Ausserdem wurden 7 Vorsätze definiert: myria, kilo, hecto, deka, deci, centi, milli.

1795 **Definition des Meter und des Kilogramm**

Der **Meter** basiert auf der Grösse der Erde. 1 m entspricht dem 10 Millionsten Teil des Meridians vom Nordpol bis zum Äquator durch Paris. Referenz Kopien mit dieser Länge wurden erstellt.
Das **Kilogramm** basiert auf der Masse von Wasser mit einem Volumen von 1 Liter. Referenz Kopien mit dieser Masse wurden erstellt.

1801 - 1840 **Frankreich**

1801 - 1812 Meter und Kilogramm werden gesetzlich in Frankreich
Trotz des Gesetzes wurden im Alltag weiterhin die alten Einheiten verwendet.
1812 Neues Gesetz durch Napoleon
Napoleon erliess ein neues Gesetz (mesures usuelles), das ein Zwischending des alten und des metrischen Systems war. Die Namen der alten Einheiten wurden übernommen, aber so angepasst, dass sie Vielfache des metrischen Systems waren.
1840 Wiedereinführung des metrischen Systems in Frankreich
Nach dem Kollaps der Napoleonischen Regierung wurden die 1795 beschlossenen Gesetze wieder eingeführt.

1901 **Giovanni Giorgi**

Giovanni Giorgi bewies, dass ein kohärentes System, das auch elektromagnetische Einheiten enthält, eine vierte Basiseinheit benötigt. Er schlug vor, als vierte Basiseinheit entweder Ampère, Volt oder Ohm zu verwenden.

Beschlüsse der Generalkonferenz für Mass und Gewicht (CGPM)

Am 20. Mai 1875 wurde ein internationaler Vertrag, die **Meterkonvention**, von 17 Staaten unterzeichnet. Die dort begründete **Geralkonferenz für Mass und Gewicht** war verantwortlich für die Anpassungen und Weiterentwicklung des SI-Einheitensystems. Einzelne wichtige Beschlüsse werde unten aufgelistet. Viel detailliertere Informationen können gefunden werden in der SI-Brochüre Edition 9 auf Seite 153ff (Link).

1875 **Meterkonvention**

Der **Meterkonventions-Vertrag** wird von 17 Staaten unterzeichnet.
Die drei Organisationen CGPM, CIPM, BIPM werden etabliert.
Im Jahr 2025 kann das 150-Jahre-Jubiläum gefeiert werden (1875 - 2025).

1889 **Definition des Meter und des Kilogramm**

Der **Meter** wurde definiert als die Länge (später als Distanz zwischen zwei Markierungen) eines Stabes aus einer Platinum-Iridium-Legierung.

Das **Kilogramm** wurde definiert als die Masse des internationalen Prototypen, einem Zylinder aus einer Platinum-Iridium-Legierung. Kopien davon wurden an die Mitgliedsländer der Meterkonvention verteilt.

1946 **Entscheidung, das SI zu begründen**

1946/1948 **Definition von Ampère und Candela**

Nach längeren Vorarbeiten wurde die Definition des **Ampère** ins SI integriert. Die Definition des Ampère basiert auf der Kraft, die zwischen zwei parallelen (mit einem Abstand von 1 Meter), stromführenden Drähten besteht. Ausserdem wurden die folgenden abgeleiteten elektrischen Einheiten definiert: Volt, Ohm, Coulomb, Farad, Henry, Weber.

Die Basiseinheit 1 **Candela** ist die Lichtstärke, mit der 1/600 000 Quadratmeter der Oberfläche eines Schwarzen Strahlers bei der Temperatur des beim Druck von 101 325 Pascal erstarrenden Platins senkrecht zu seiner Oberfläche leuchtet. Ab jetzt wurde Candela an Stelle von Neue Kerze verwendet.

1954 **Definition von Kelvin**

Die thermodynamische Temperatur ist so, dass der Tripel-Punkt von Wasser 273.16 Kelvin entspricht.

1960 **Einführung des Internationalen Einheitensystems SI (Le Système International d'unités), Neudefiniton von Meter und Sekunde**

Der Name SI wird bestätigt.
Präfixe von tera bis pico werden festgelegt.
Die Zusatzeinheiten Radiant und Steradiant werden integriert.

Der **Meter** basiert neu auf der Wellenlänge eines speziellen Übergans im Krypton-86 Atom.

Die **Sekunde** basiert neu auf dem tropischen Jahr im Jahr 1900 geteilt durch 31 556 925.9747.
Zuvor war eine Sekunde gleich dem mittleren Sonnentag geteilt durch 86 400.

$$\frac{24\,\text{Stunden}}{\text{Tag}} * \frac{60\,\text{Minuten}}{\text{Stunde}} * \frac{60\,\text{Sekunden}}{\text{Minute}} = \frac{86\,400\,\text{Sekunden}}{\text{Tag}}$$

1967/1968 **Neudefinition von Sekunde, Definition Candela**

Die Neudefinition der **Sekunde** basiert auf der Hyperfine Übergansfrequenz des Cäsium-133 Atoms und ist viel genauer als die alte Definition.

Die Definition der **Candela** an Hand eines Schwarzkörperstrahlers wird beschlossen.

1971 **Definition von Mol**

Das **mol** wurde definiert als die Anzahl der Atome in 12 Gramm Kohlenstoff-12.

1979 **Neudefinition von Candela**

Die **Candela** basiert neu auf der abgestrahlten strahlungsphysikalischen Leistung bei einer bestimmten Frequenz ($540 * 10^{12}$ Hz).

1983 **Neudefinition von Meter**

Der **Meter** basiert neu auf der Distanz, die das Licht im Vakuum in einem bestimmten Zeitintervall zurücklegt.

2018/19 **Neudefinitionen von Kilogramm, Ampère, Kelvin, Mol, Candela**

Diese Definitionen wurden vorne im Text gegeben.

Alle Basiseinheiten basieren neu auf Konstanten der Physik.

Ein Problem stellte insbesondere das Kilogramm dar. Die Durchschnittswerte der an die Länder verteilten Kopien wichen immer mehr vom Urkilogramm ab (25 Mikrogramm bei den Messungen 1989 - 1991). Eine Alternative musste deshalb gesucht werden.

Anhang B Quellen

Viele Informationen können auf Wikipedia Seiten oder bei Metrologie Institutionen gefunden werden. Die Metrologie Institutionen sind unten aufgeführt, auf Wikipedia Seiten wurde im Text verwiesen.

Hilfreich sind auch die Ausführungen im Kuchling und in den beiden Merkhilfen zur Physik bzw. Mathematik. Um sich schnellstmöglich ein Bild zu machen, wo die für das Kapitel "Physikalische Grössen und Einheiten" relevanten Themen im **Kuchling** und in den beiden **Merkhilfen** gefunden werden können, ist in diesem Anhang eine detaillierte Auflistung gegeben.

Allgemeine Quellen

Links auf Websites

Wikipedia wurde zur Erstellung dieses Skripts stark benutzt.

Für die meisten verwendeten Quellen wurden die Links im Kapiteltext direkt integriert. Damit können die Informationen sehr schnell aufgerufen und als Hintergrundinformation gelesen werden.

Metrologie Institutionen

Die Websites der Metrologie Institutionen (weiter vorne schon aufgeführt) ...

- Schweiz METAS Eidgenössisches Institut für Metrologie
- Deutschland PTB Physikalisch Technische Bundesanstalt in Braunschweig
- Europa EURAMET Europäische Vereinigung nationaler Metrologieinstitute
- USA NIST National Insitute of Standards and Technology

H. Kuchling, "Taschenbuch der Physik", 2022 (22. Auflage), 714 Seiten

Die für das Kapitel "Physikalische Grössen und Einheiten" relevanten Abschnitte sind die Kapitel 1 bis 4 (ohne den Abschnitt 1.7) sowie Kapitel 42.

N. Marxer, “Physik Merkhilfe”, 2019, 55 Seiten

Für den Unterricht an der BMS Liechtenstein habe ich eine Physik Merkhilfe erarbeitet und jeweils bis zur Maturität im Unterricht und bei den Prüfungen eingesetzt. Ich werde diese Merkhilfe/Formelsammlung auch im Rahmen dieser Vorträge verwenden.

Auf den folgenden Seiten können die relevanten Inhalte zum Kapitel “Physikalischen Grössen und Einheiten” gefunden werden ...

N. Marxer, “Mathematik Merkhilfe” , 2019, 32 Seiten

Ausserdem habe ich für den Mathematik Unterricht eine Mathematik Merkhilfe erarbeitet. Ich werde diese Merkhilfe/Formelsammlung auch im Rahmen dieser Vorträge einsetzen.

Auf den folgenden Seiten können die relevanten Inhalte zum Kapitel “Physikalischen Grössen und Einheiten” gefunden werden ...

Anhang C Mathematica und phyphox

Im Rahmen der Vorträge werden nach und nach ...

- für Berechnungen / Simulationen usw. die App Mathematica/Wolfram (Link) und
- für Experimente die App phyphox (Link)

eingesetzt werden.

Detailliertere Angaben zur Installation und zum Einsatz werden später in separaten Dokumenten aufgeführt.